

Capitolo 5

Il criterio di Susmel e Lazzarin

In questo capitolo viene presentato un criterio di verifica a fatica applicabile a componenti, sia lisci che intagliati, in materiale omogeneo ed isotropo e sollecitati da carichi multiassiali in fase e fuori fase. La metodologia sviluppata si fonda sul calcolo della ampiezza della tensione tangenziale e della tensione normale massima relativa al piano di nucleazione, definito come il piano che sperimenta la massima ampiezza della tensione tangenziale, e sull'utilizzo di un diagramma di Wöhler modificato. La validazione dell'approccio presentato viene, infine, eseguita mediante dati sperimentali rintracciati in letteratura.

5.1. Il danneggiamento sul piano di nucleazione

Il metodo di verifica basato sull'individuazione di un piano critico, introdotto nella fatica multiassiale da Brown e Miller [1], si fonda sull'ipotesi che deformazioni e tensioni, sia tangenziali che normali, relative al piano critico siano le uniche grandezze realmente significative da utilizzarsi nella verifica a fatica. Per poter dare, però, una interpretazione fisica del meccanismo di danneggiamento legato a questo tipo di approccio si è ricorsi, nella formulazione del presente criterio, ad una interpretazione del danno generato da carichi ciclici basata sulla teoria della deformazione ciclica nei singoli cristalli.

Per chiarire quanto appena affermato si consideri inizialmente un singolo cristallo sollecitato da un carico monoassiale di fatica (fig. 5.1). Dopo un certo numero di cicli, funzione dell'ampiezza della sollecitazione [2], si assiste alla formazione delle bande di scorrimento (PSB). Le micro-cricche di fatica solitamente tendono ad innescarsi in corrispondenza delle PSB all'apice delle intrusioni a causa di un effetto locale di concentrazione delle microtensioni [3]. La formazione delle PSB avviene lungo i piani di più facile scorrimento del cristallo (piani a maggior densità atomica) e la loro formazione è comandata dalla microdeformazione plastica tangenziale agente sul piano di più facile scorrimento e avente direzione coincidente con la direzione di più facile scorrimento [3] (fig. 5.2b).

Si consideri ora il provino di figura 5.2a e lo si solleciti con un carico di fatica monoassiale ad ampiezza costante ($\sigma_{x,a}=\text{cost}$, $\sigma_{x,m}=0$); si individui quindi un volume elementare V (fig. 5.2b), contenente il punto superficiale ritenuto critico per la resistenza a fatica, avente dimensioni tali da ritenere che il materiale in esso contenuto sia ancora omogeneo ed isotropo e che lo stato di tensione che lo caratterizza possa essere trattato come uniforme.

Si prenda ora in analisi un generico cristallo contenuto in V e si individui in esso un piano di più facile scorrimento Ω e una direzione di più facile scorrimento \mathbf{m} giacente in Ω (fig. 5.1b). La misura del danneggiamento arrecato al cristallo dall'applicazione del

carico di fatica, secondo la teoria della deformazione ciclica nei singoli cristalli, è data dalla microdeformazione plastica cumulata Γ [3]:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^N |\mu \gamma_{pl,i} \cdot \mathbf{m}| \quad (5.1)$$

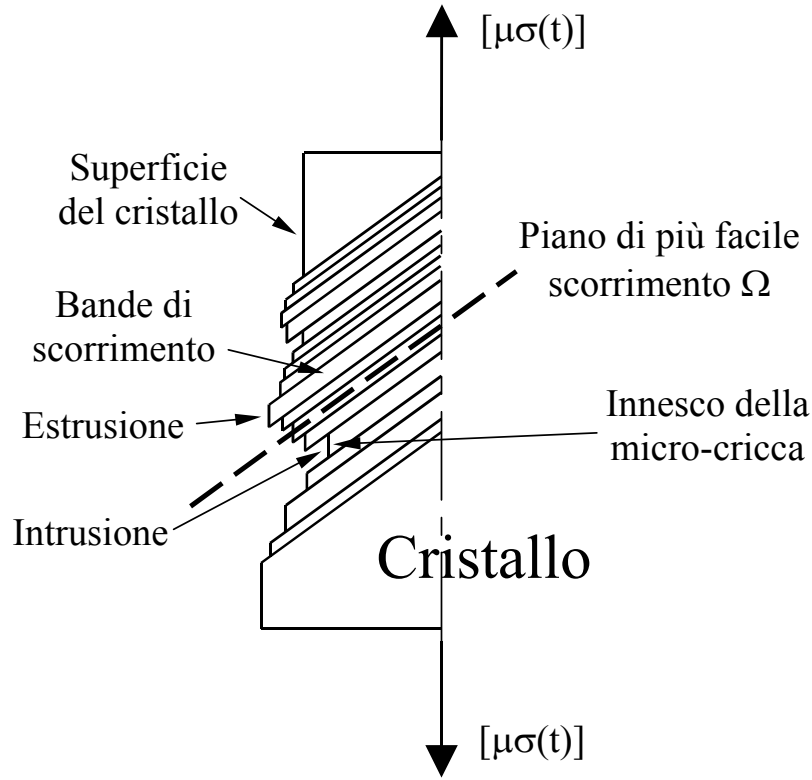


Figura 5.1: Bande di scorrimento in un singolo cristallo.

Il valore calcolato dalla (5.1) aumenta ciclo dopo ciclo purché le sollecitazioni esterne siano tali da portare il cristallo periodicamente in plasticità. Al crescere di Γ si possono avere due possibili situazioni: o nel grano si innesca e propaga una microcricca di fatica o il cristallo ritorna a lavorare in campo elastico a seguito del fenomeno dell'adattamento non giungendo, quindi, a rottura [5].

Ipotizzando che il materiale a livello macroscopico lavori in campo perfettamente elastico è possibile dimostrare [5] come la microtensione plastica tangenziale calcolata lungo \mathbf{m} sia una funzione h monotona della microdeformazione tangenziale calcolata lungo \mathbf{m} :

$$\mu \tau \cdot \mathbf{m} = h(\mu \gamma_p \cdot \mathbf{m}) \quad (5.2)$$

ed osservando, in più, che la macrotensione tangenziale risolta calcolata lungo \mathbf{m} può essere espressa anche come [5]:

$$\tau \cdot \mathbf{m} = \mu \tau \cdot \mathbf{m} + \nu \cdot \mu \gamma^p \cdot \mathbf{m}, \quad (5.3)$$

si può concludere che la microdeformazione plastica cumulata Γ è una funzione monotona della macrotensione tangenziale risolta.

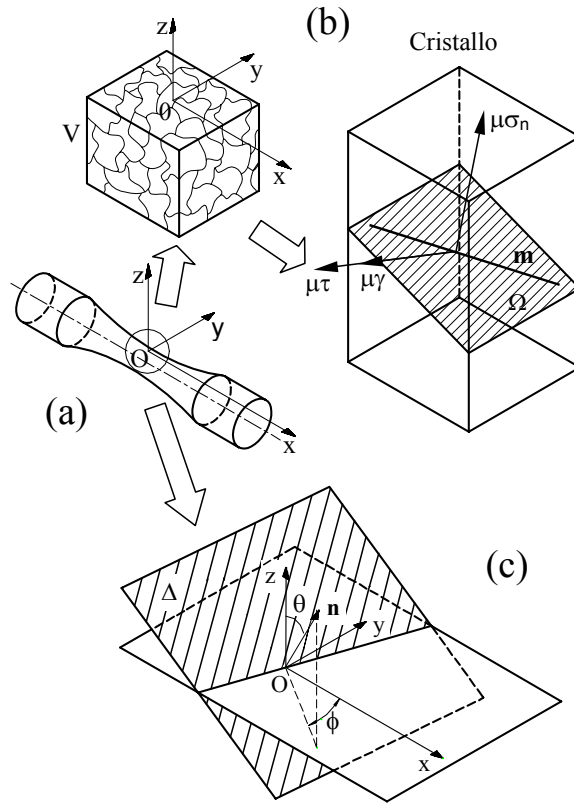


Figura 5.2: Sistema di riferimento (a), definizione del volume elementare V e individuazione di un piano di più facile scorrimento Ω in un singolo cristallo (b) e definizione delle coordinate polari ϕ and θ (c).

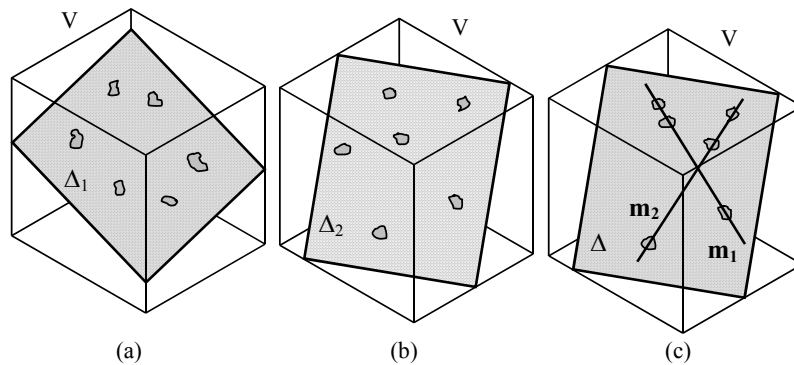


Figura 5.3: Cristalli sfavorevolmente orientati individuati dai piani Δ_1 (a) and Δ_2 (b) e dalle direzioni \mathbf{m}_1 e \mathbf{m}_2 sul generico piano Δ (c).

Le considerazioni fino ad ora sviluppate si riferiscono, però, ad un singolo cristallo. Nel caso di un agglomerato policristallino è innanzitutto necessario sottolineare come le micro-cricche di fatica possano innescarsi e propagare anche in corrispondenza dei bordi di grano. È noto però come per sollecitazioni di fatica a temperatura ambiente l'innescio e la propagazione delle micro-cricche avvenga prevalentemente in corrispondenza delle bande di scorrimento, ovvero in modo transgranulare [4]. Questa osservazione, basata su accurate analisi sperimentali, ha come implicazione fondamentale che l'interpretazione fisica del fenomeno formulata dall'approccio microscopico alla fatica, anche se sviluppato in relazione ad un singolo grano e con l'adozione di pesanti assunzioni semplificative, possa essere estesa anche al caso di un agglomerato policristallino, purché il materiale possa essere ritenuto omogeneo ed isotropo. Infatti solo in base a tale schematizzazione è possibile assumere che ognuna delle infinite giaciture contenenti il punto O individui lo stesso numero di cristalli aventi piano di più facile scorrimento coincidente con la giacitura in analisi (fig. 5.3a-b). In più, per un fissato piano, ogni direzione in esso giacente può essere ritenuta di uguale pericolosità perché, sempre per l'ipotesi di omogeneità ed isotropia, individua lo stesso numero di grani avente direzione di più facile scorrimento coincidente con la direzione in analisi (fig. 5.3c).

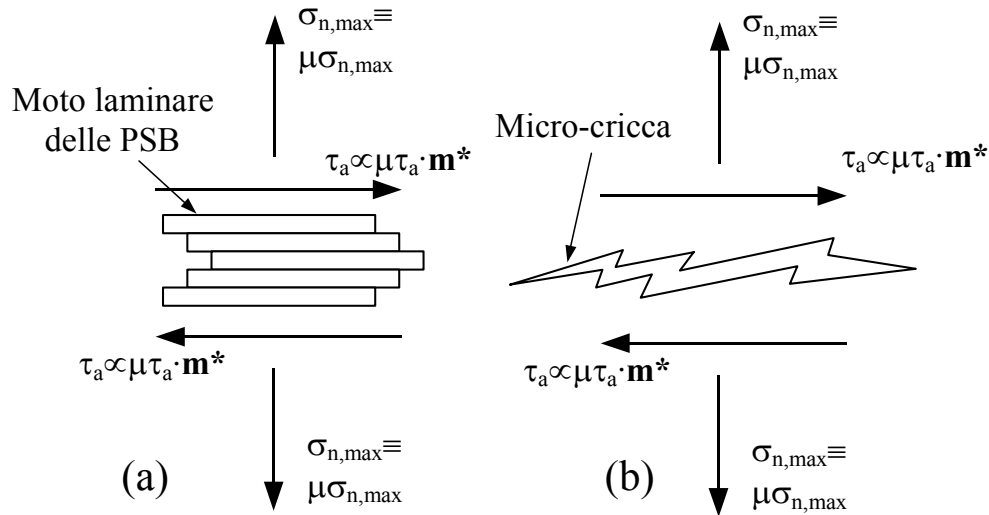


Figure 5.4: Applicazione del modello di danneggiamento a fatica proposto da Socie per interpretare sia il moto laminare delle bande di scorrimento (a) sia la propagazione della microcricca di fatica (b).

In base a queste considerazioni, e pensando alla (5.3) in termini di ampiezze (come fatto da Papadopoulos nel caso di verifica a fatica per vita infinita [6]), diventa lecito ipotizzare che la massima ampiezza della tensione tangenziale è la grandezza che meglio permette di rappresentare il danneggiamento legato ad un carico ciclico, poiché a tale grandezza, a mezzo dell'ampiezza della tensione tangenziale risolta, sono legati gli scorrimenti plastici nelle diverse direzioni dei cristalli aventi piano di più facile scorrimento coincidente con il piano che sperimenta il massimo valore di τ_a .

L'innescio e la propagazione della microcricca sono influenzati, in più, anche dalla tensione normale al piano di innescio [7, 8]. In particolare durante la propagazione una componente normale di trazione aprendo la microcricca ne favorisce la propagazione,

mentre una componente normale di compressione ne inibisce la propagazione a causa dell'attrito che si genera tra le superfici dei difetti [8] (fig. 5.4b). Parimenti, durante la formazione delle bande di scorrimento la componente normale può inibire o favorire, a seconda della direzione di applicazione, il deflusso laminare delle bande di scorrimento stesse (fig. 5.4a).

In base alle ipotesi semplificative adottate, fondate sulla deformazione ciclica nei singoli cristalli, l'utilizzo dell'ampiezza della tensione tangenziale come grandezza di riferimento per il calcolo del danneggiamento a fatica sarebbe lecito solo nel caso in cui la progettazione fosse fatta ad innesco. In realtà, poiché nei componenti lisci in acciaio o in lega leggera la fase d'innesco può richiedere il 90%-95% della vita totale mentre nei componenti intagliati l'innesco può richiedere il 40%-70% della vita totale, diventa lecito comunque ipotizzare che l'errore commesso utilizzando la τ_a per il calcolo del danneggiamento nel caso di progettazione a completa rottura sia ingegneristicamente trascurabile.

In conclusione, negli sviluppi successivi si definirà come piano di nucleazione il piano che sperimenta la massima ampiezza della tensione tangenziale, e come grandezze per la verifica si utilizzeranno l'ampiezza della tensione tangenziale, calcolata con il metodo di Papadopoulos [3, 12], e la tensione normale massima relative al piano di nucleazione.

5.2. La metodologia di previsione a fatica

5.2.1. Fondamenti teorici

Si consideri il piano di nucleazione, ovvero quello che sperimenta la massima ampiezza della tensione tangenziale, e si introduca il rapporto tensionale del piano di innesco, definito come:

$$\rho = \frac{\sigma_{n,\max}}{\tau_a}(\phi^*, \theta^*) \quad (5.4)$$

Al numeratore della (5.4) è stato posto il valore massimo della tensione normale al piano di nucleazione in modo da tenere in giusta considerazione anche l'effetto del valore medio della tensione normale [10, 11].

Interessante è osservare come il rapporto dato dall'equazione (5.4) sia in grado, inoltre, di tenere in considerazione anche l'effetto legato allo sfasamento dei carichi. Infatti è noto che, in generale, a parità di stato di sollecitazione imposto esternamente, il rapporto ρ varia al variare della fase tra le componenti di sollecitazione, come mostrato in figura 5.5.

Si ipotizzi, adesso, di conoscere per il materiale in studio la curva di Wöhler relativa a prove monoassiali ($R=-1$) e la curva relativa a prove di torsione ($R=-1$), e si ricostruiscano le due curve in un unico diagramma di Wöhler doppio-logaritmico avente in ordinata l'ampiezza della tensione tangenziale calcolata sul piano di nucleazione e in ascissa il numero di cicli a rottura N_f (fig. 5.6). Le due rette che si ottengono sono parametriche in ρ : la curva relativa a prove monoassiali è caratterizzata da $\rho=1$, mentre quella relativa a prove di torsione è caratterizzata da $\rho=0$ (fig. 5.6), come evidenziato dai cerchi di Mohr relativi ai due casi considerati e riportati in figura 5.7; in più tali rette

sono inclinate di $k_\tau(\rho)$. Siano poi $\tau_{A,Ref}(\rho=1)$ e $\tau_{A,Ref}(\rho=0)$ i valori delle ampiezze della tensione tangenziale in corrispondenza dei punti di riferimento delle curve nel piano di Wöhler modificato, ovvero determinati per un numero di cicli pari ad N_{Ref} .

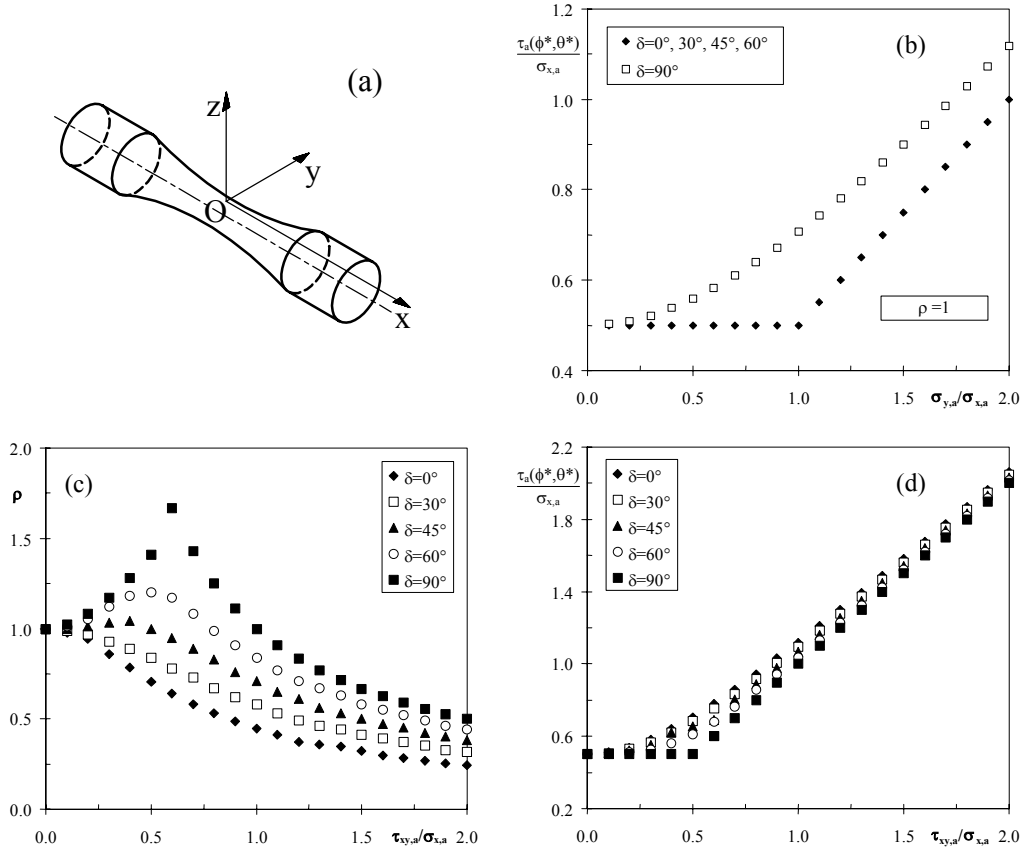


Figura 5.5: Influenza dell'angolo di fase δ sui valori del rapporto ρ per un provino cilindrico (a) sollecitato da una pressione interna/esterna e da un carico di trazione (b) e da un carico di trazione/torsione (c, d).

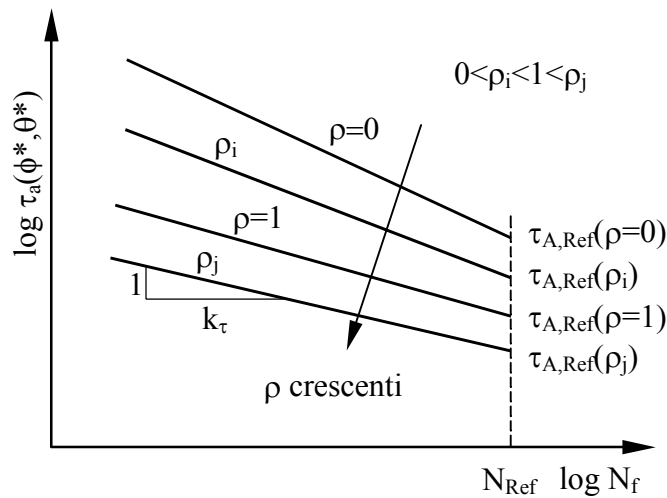


Figura 5.6: Digramma di Wöhler modificato.

In base all'ipotesi di Von Mises il rapporto tra i limiti di fatica delle due curve risulta pari a:

$$\frac{\tau_{A\infty}(\rho=0)}{\tau_{A\infty}(\rho=1)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cong 1.155. \quad (5.5)$$

ovvero, essendo maggiore dell'unità, diventa lecito formulare l'ipotesi che all'aumentare del valore di ρ le rette nel piano di Wöhler modificato tendono a traslare verso il basso (fig. 5.6), e un tale andamento ha trovato conferma anche dalla rianalisi dei dati sperimentali, come si avrà modo di discutere più avanti.

Per esplicitare, ora, il criterio nella sua forma più generale si ipotizzi che la pendenza delle rette e il valore delle ampiezze di tensione in corrispondenza del ginocchio varino, nel piano di Wöhler modificato, in modo monotono con il rapporto tensionale del piano di nucleazione ρ . Si abbiano, poi, per il materiale da verificare a fatica multiassiale le curve di Wöhler modificate ottenute per n valori diversi di ρ . Per ciascuna delle n rette siano noti anche i valori delle ampiezze di tensione $\tau_{a,Ref}(\rho_i)$ in corrispondenza del punto di riferimento e le pendenze $k_\tau(\rho_i)$ ($i=1, 2, \dots, n$).

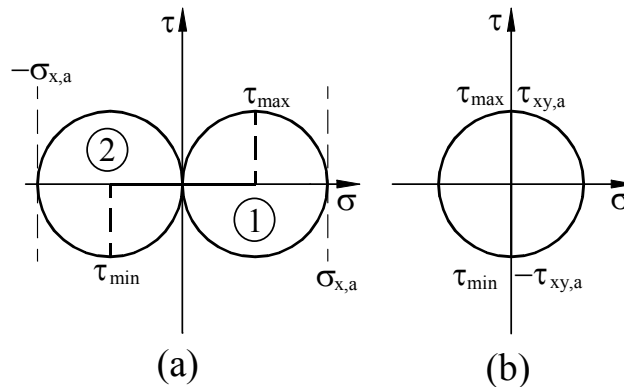


Figura 5.7: Cerchi di Mohr relativi ad un carico alternato ($R=-1$) di trazione pura (a) e di torsione pura (b)

Siano poi f e g due funzioni continue che consentono di interpolare in modo ottimale i valori $\tau_{A,Ref}$ e k_τ al variare di ρ :

$$\begin{aligned} \tau_{A,Ref} &= f(\rho) \\ k_\tau &= g(\rho) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Per eseguire, allora, il calcolo della vita a fatica si deve, inizialmente, determinare il rapporto tensionale del piano di verifica ρ relativo alla reale storia di carico multiassiale che sollecita il componente meccanico in studio e successivamente, mediante l'utilizzo delle (5.6), si devono determinare i valori di $\tau_{A,Ref}$ e k_τ . Il calcolo del numero di cicli a rottura può essere, infine, eseguito tramite la nota relazione:

$$N_f = \left[\frac{\tau_{A,Ref}(\rho)}{\tau_a(\phi^*, \theta^*)} \right]^{k(\rho)} \cdot N_{Ref} \quad (5.7)$$

La metodologia appena vista può, inoltre, essere applicata in modo diretto anche a componenti intagliati. Infatti, utilizzando il classico metodo basato sul calcolo del K_f per correggere le curve utilizzate nella taratura del modello, come schematicamente riportato in figura 5.8, diventa possibile tenere in giusta considerazione la presenza di un intaglio sollecitato da uno stato multiassiale di tensione variabile nel tempo.

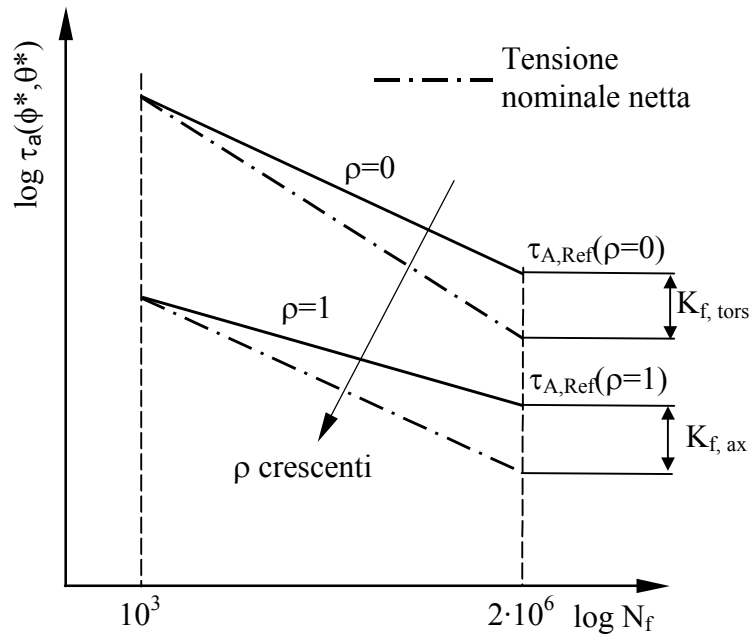


Figura 5.8: Correzione mediante il coefficiente K_f delle curve di Wöhler modificate per tenere in considerazione la presenza di un intaglio

5.2.2. Formalizzazione del metodo per un suo utilizzo nella pratica progettuale

Secondo quanto traspare dalla trattazione teorica proposta nel paragrafo precedente la precisione del criterio presentato è, ovviamente, influenzata dal numero di curve sperimentali utilizzate per costruire le funzioni date dalle relazioni (5.6). Nella pratica applicativa, però, è molto difficile poter avere a disposizione un numero elevato di curve sperimentali, generate testando il materiale da verificare a fatica in condizioni multiassiali diverse, in modo da poter eseguire una calibrazione spinta di suddette funzioni.

In linea generale, le curve che possono essere rintracciate con facilità nei manuali specialistici, o comunque prodotte in laboratorio con costi industrialmente accettabili, sono la curva di fatica uniassiale (o quella ottenuta con carichi di trazione o quella ottenuta sottoponendo il materiale a carichi flettenti) e la curva di fatica a torsione, ambedue determinate con un rapporto di ciclo R pari a -1 .

Esprimendo, allora, le funzioni $f(\rho)$ e $g(\rho)$ come semplici funzioni lineari ed utilizzando il limiti di fatica monoassiale, $\tau_{A,Ref}(\rho=1)$, e torsionale, $\tau_{A,Ref}(\rho=0)$, diventa possibile esprimere le (5.6) come:

$$\tau_{A,Ref}(\rho) = [\tau_{A,Ref}(\rho=1) - \tau_{A,Ref}(\rho=0)] \cdot \rho + \tau_{A,Ref}(\rho=0) \quad (5.8)$$

$$k_{\tau}(\rho) = [k_{\tau}(\rho=1) - k_{\tau}(\rho=0)] \cdot \rho + k_{\tau}(\rho=0) \quad (5.9)$$

In particolare, poi, utilizzando la relazione (5.8) è possibile scrivere in forma molto semplificata il criterio proposto formalizzato, però, per la determinazione del limite di fatica multiassiale. Ovvero, per essere in condizioni di non-innesco in presenza di stati multiassiali di tensione deve essere verificata la relazione:

$$\tau_a(\phi^*, \theta^*) \leq \tau_{A,Ref}(\rho) \quad (5.10)$$

ma, introducendo la (5.8) nella (5.10), diventa, infine, possibile scrivere:

$$\tau_a(\phi^*, \theta^*) + [\tau_{A,Ref}(\rho=0) - \tau_{A,Ref}(\rho=1)] \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a}(\phi^*, \theta^*) \leq \tau_{A,Ref}(\rho=0) \quad (5.11)$$

Esprimendo, da ultimo, i valori di riferimento delle tensioni mediante i limiti di fatica uniassiale e torsionale diventa possibile scrivere la relazione (5.11) in forma compatta:

$$\tau_a(\phi^*, \theta^*) + \left[\tau_{A\infty} - \frac{\sigma_{A\infty}}{2} \right] \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a}(\phi^*, \theta^*) \leq \tau_{A\infty}. \quad (5.12)$$

La relazione (5.12) può, allora, essere utilizzata in modo diretto per eseguire la verifica a fatica multiassiale per vita infinita; al contrario, l'uso combinato della relazione (5.7) e delle (5.8) e (5.9) consente di eseguire la verifica a fatica multiassiale per vita a termine in accordo con il criterio proposto e con le semplificazioni introdotte ricorrendo a semplici funzioni lineari per definire $f(\rho)$ e $g(\rho)$.

5.3. Validazione del metodo mediante dati sperimentali

5.3.1. Curve di Wöhler modificate

Per evidenziare la validità dell'approccio presentato nelle figure 5.9-5.12 sono stati riportati i diagrammi di Wöhler modificati ottenuti utilizzando prove di letteratura.

In particolare, in figura 5.9 è stato riportato il diagramma di Wöhler modificato relativo a prove eseguite su provini cilindrici in SAE 1045 [14, 15]. Tale diagramma è stato costruito suddividendo i dati sperimentali in base al valore del rapporto tensionale del piano di innesco: il primo gruppo di dati è caratterizzato da $0.49 \leq \rho \leq 0.59$, il secondo gruppo da $0.90 \leq \rho \leq 0.99$ e, infine, il terzo gruppo da $\rho=1$. Per facilitare poi la lettura per ogni serie di prove è stata tracciata la retta corrispondente ad una probabilità di

sopravvivenza P_s pari al 50%; in più, per ogni retta di interpolazione, si è riportato il valore del T_σ calcolato imponendo una distribuzione log-normale dei numeri di cicli per ogni livello di tensione e una confidenza del 95%. La figura 5.9 mostra, così, come vi sia buona corrispondenza tra le evidenze sperimentali e il modello teorico sviluppato.

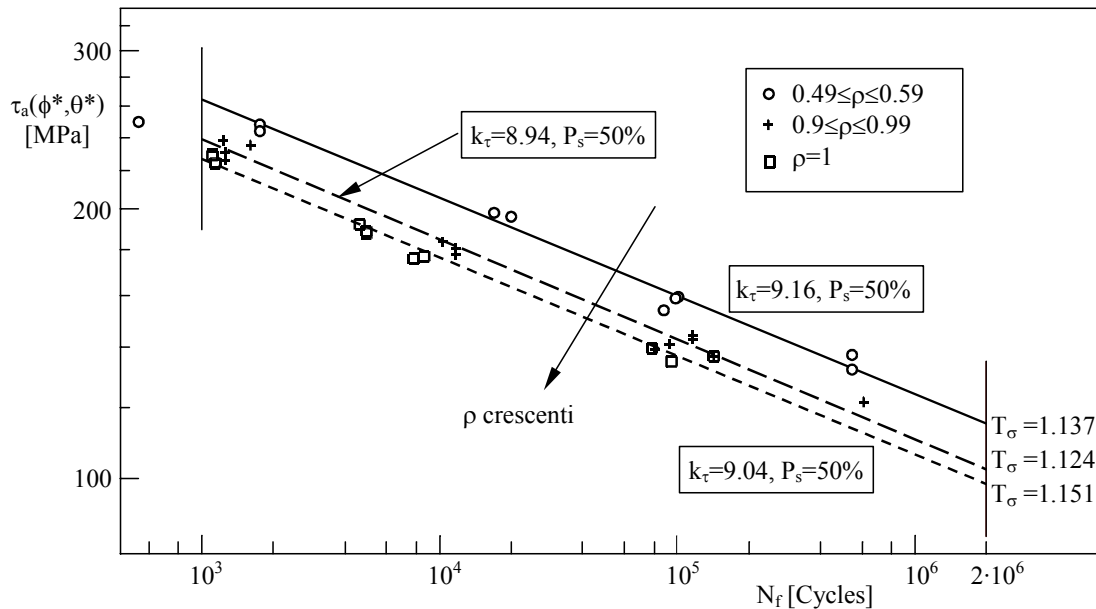


Figura 5.9: Digramma di Wöhler modificato relativo a prove di trazione/torsione in fase eseguite su provini cilindrici in SAE 1045 [14, 15].

Una ottima corrispondenza tra modello teorico proposto ed evidenze sperimentali si evidenzia pure dai diagrammi riportati nelle figure 5.10 e 5.11 e costruiti utilizzando le prove sperimentali eseguite da Ellyin e collaboratori su provini tubolari in A516 gr. 70 [16, 17] e 6061-T6 (E) [18] sollecitati da una pressione interna/esterna e da un carico di trazione pura.

Tali test sono stati condotti controllando la macchina di prova in deformazione e per questo motivo i risultati sperimentali venivano presentati, nei lavori originali, in termini di ampiezze della deformazione calcolate lungo la direzione assiale e tangenziale del provino. Per determinare i corrispondenti valori delle ampiezze di tensione si è, allora, scelto di utilizzare il metodo di Jiang e Sehitoglu [19, 20], applicato così come dettagliatamente discusso nel Capitolo 2.

I test sperimentali eseguiti secondo la configurazione proposta da Ellyin consentivano di ottenere stati multiassiali di tensione relativi al piano di nucleazione sempre caratterizzati da un rapporto tensionale di piano critico ρ pari a 1, così come evidenziato in fig. 5.5.

Le figure 5.10 e 5.11 mostrano, allora, come tutti i dati sperimentali, essendo caratterizzati da un valore di ρ pari a 1, sono contenuti all'interno di un unica banda di dispersione, e questo in accordo con quanto postulato dal criterio di verifica a fatica proposto, e nonostante le approssimazioni, necessariamente introdotte, nello stimare le tensioni note le deformazioni.

Infine, in figura 5.12 è stato riportato il diagramma di Wöhler modificato costruito utilizzando le prove sperimentali eseguite da Yip e Jen [21] su provini cilindrici in SAE

1045 con foro trasversale (fig. 5.18d) e utilizzando le tensioni nominali calcolate rispetto alla sezione lorda. La figura in discussione mostra come vi sia ancora ottimo accordo tra il metodo proposto e le evidenze sperimentali anche in presenza di geometrie complesse e di gradienti di tensione generati dalla presenza di intagli.

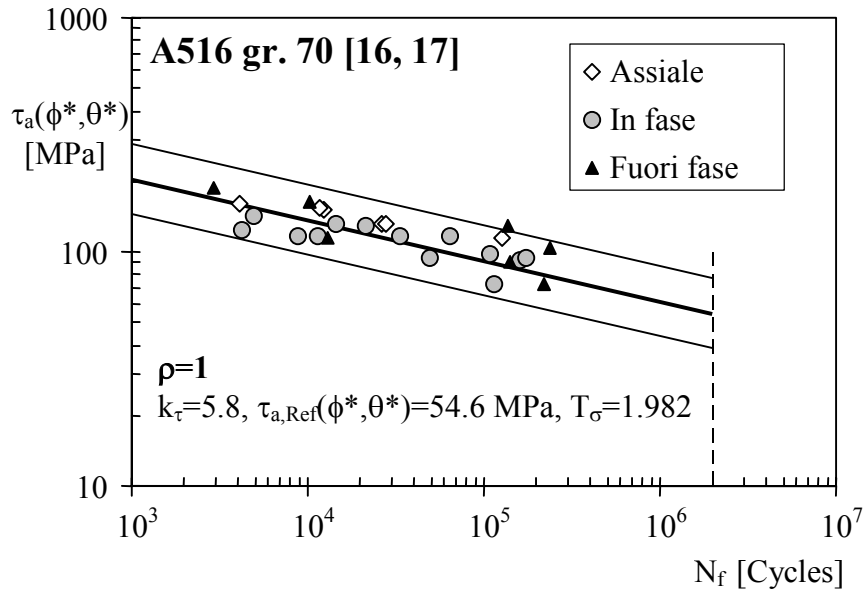


Figura 5.10: Digramma di Wöhler modificato relativo a prove eseguite su provini tubolari in A516 gr. 70 sollecitati da una pressione interna/esterna e da un carico di trazione [14, 15].

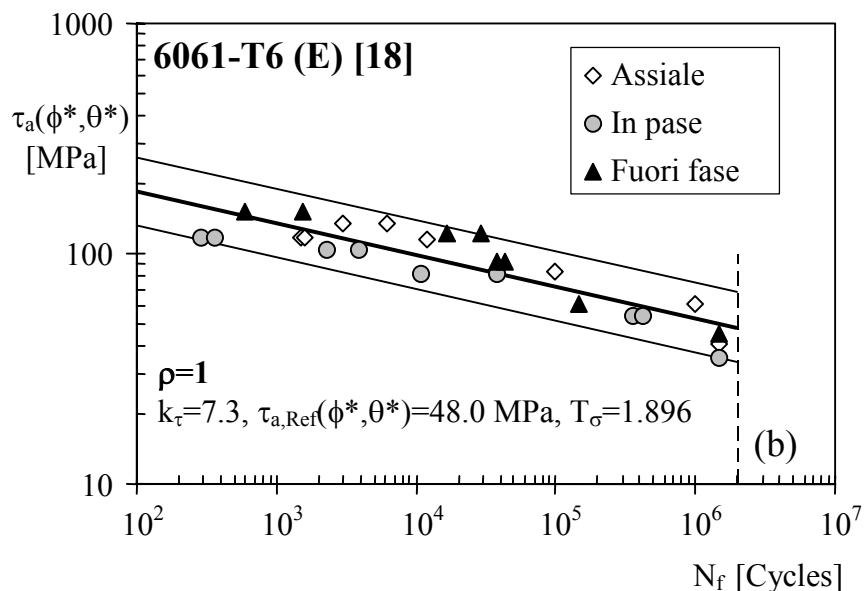


Figura 5.11: Digramma di Wöhler modificato relativo a prove eseguite su provini tubolari in 6061-T6 (E) sollecitati da una pressione interna/esterna e da un carico di trazione [18].

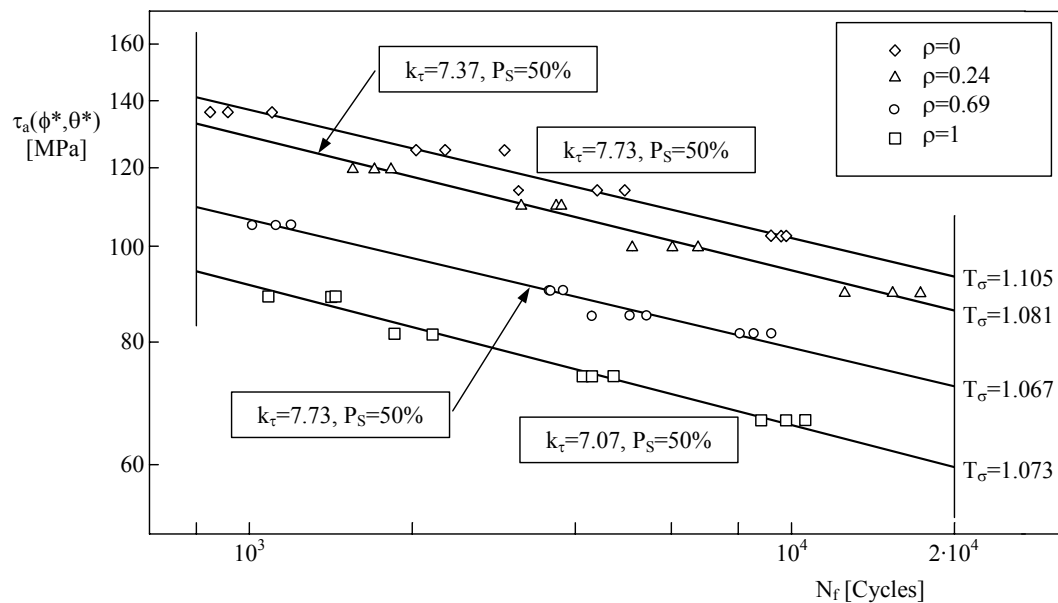


Figura 5.12: Digramma di Wöhler modificato relativo a prove eseguite su provini cilindrici in SAE 1045 con foro trasversale e sollecitati a trazione/torsione [21].

5.3.2. Validazione del criterio nel campo della vita a fatica ad alto numero di cicli

Per eseguire una validazione sistematica del criterio nel campo della fatica ad alto numero di cicli sono stati estratti dal DataBase di fatica multiassiale (Capitolo 4) circa 450 dati sperimentali relativi a prove multiassiali eseguite su provini, sia lisci che intagliati, di diverso materiale.

In tabella 5.1 sono state riassunte le informazioni fondamentali relative ai test presi in analisi per eseguire la validazione del metodo proposto nel caso di componenti lisci, mentre in tabella 5.2 sono riassunte le informazioni relative alle prove eseguite su provini intagliati.

Interessante è, innanzitutto, osservare che i valori dei limiti di fatica, riportati nelle tabelle 5.1 e 5.2 e diagrammati in figura 5.13, consentono di affermare che l'ipotesi di Von Mises può essere applicata per determinare in modo sufficientemente preciso, e in generale conservativo, il valore del limite a fatica a torsione, noto quello uniassiale, e questo sia nel caso di componenti lisci che nel caso di intagliati.

Per verificare l'affidabilità del criterio nella verifica a fatica multiassiale per vita infinita si è scelto di utilizzare ancora l'indice d'errore E così come era stato già definito nel Capitolo 5, e questo perché la relazione (5.12) può facilmente essere ricondotta alla relazione generale (5.50) valida per i criteri per la verifica a fatica nel campo della vita ad alto numero di cicli.

Materials	Refs.	$\sigma_{A\infty}$	$\tau_{A\infty}$	σ_T	Applied loads*	No. Data
		[MPa]	[MPa]	[MPa]		
Carbon steel 0.35% C	[22]	215.8	127.2	570	PP-T	6
Hardened steel 0.51% C	[23]	313.9	196.2	694	B-T	24
Soft steel 0.1%C	[23]	235.4	137.3	382	B-T	15
Cast iron 3.87%C	[23]	96.1	91.2	185	B-T	12
Duraluminium 3.81% Cu	[23]	156	100	443	B-T	14
Grey cast iron 3.32% Cu	[24]	143	110	279	B-T	15
42CrMo4	[25]	398	260	1025	B-T	9
34Cr4	[25]	410	256	795	B-T	14
30NCD16	[26]	660	410	1880	B-T	10
CK45	[27]	423	287		PP-T	8
SAE 4340	[28]	462	286		PP-T	3
SAE 1045	[29]	211.5	125.5	621	PP-T	5
XC18	[30]	332	186	1530	B-T	3
FGS 800-2	[31]	294	220	815	B-T	3
EN24T	[32]	405	270	850	PP-Pr	11
25CrMo4	[33]	361	228		PP-T-Pr	8
EN25T	[34, 35]	476	273		PP-Pr	5
St35	[36]	189	122		PP-Pr	8
0.1% C steel (normalised)	[37]	268.6	151.3	430.7	B-T	10
0.4% C steel (normalised)	[37]	331.9	206.9	648.4	B-T	5
0.4% C steel (spheroidized)	[37]	274.8	155.9	477.0	B-T	5
0.9% C steel (pearlitic)	[37]	352.0	240.8	847.5	B-T	5
3% Ni steel	[37]	342.7	205.3	526.4	B-T	5
3/3.5% Ni steel	[37]	352.0	267.1	722.5	B-T	5
Cr-Va steel	[37]	429.1	257.8	751.8	B-T	5
3.5% NiCr steel (normal impact)	[37]	540.3	352.0	895.3	B-T	10
3.5% NiCr steel (low impact)	[37]	509.4	324.2	896.9	B-T	5
NiCrMo steel (60-70 tons)	[37]	725.6	484.7	1000.3	B-T	5
NiCrMo steel (75-80 tons)	[37]	660.7	342.7	1242.7	B-T	5
NiCr steel	[37]	810.4	452.3	1667.2	B-T	5
SILAL cast iron	[37]	240.8	219.2	230.0	B-T	5
NICROSILAL cast iron	[37]	253.2	211.5	219.2	B-T	5
Brass	[38]	83.0	74.0		B-T	2
Hard Steel	[38]	460.0	275.0		B-T	2
Soft Steel	[38]	196.0	186.0		B-T	2
Carbon steel	[39]	261.0	160.0		B-T	3
Cast Iron	[40]	151.0	92.0		PP-Pr	5
CrMo steel	[41]	713.2	425.3	946.5	B-T	6
CrMo steel	[41]	688.9	412.8	946.5	B-T	6
CrMo steel	[41]	509.0	306.9	954.0	B-T	6
CrMo steel	[41]	589.6	367.6	944.8	B-T	3
CrMo steel	[41]	593.3	350.7	944.8	B-T	6
CrMo steel	[41]	628.3	366.6	954.0	B-T	6
NiCrMo steel S81	[41]	589.7	331.9	1103.8	B-T	6
NiCrMoVa steel	[41]	660.7	342.7	1242.7	B-T	6
CrMoVa steel DTD551	[41]	667.8	398.3	1397.1	B-T	6
CrMoVa steel DTD551	[41]	659.9	386.5	1397.1	B-T	6
CrMoVa steel DTD551	[41]	706.1	412.5	1368.7	B-T	3
CrMoVa steel DTD551	[41]	737.7	447.4	1368.7	B-T	6
NiCr steel	[41]	666.7	369.7	1398.4	B-T	6
NiCr steel	[41]	653.2	339.6	1398.4	B-T	6
NiCr steel	[41]	771.9	452.3	1667.2	B-T	5

Tabella 5.1: Informazioni relative alle prove multiassiali eseguite su provini lisci.

*B=Bending; PP=Push-Pull; T=Torsion; Pr=Internal/External Pressure

Materials	Refs.	Specimen Shape	$\sigma_{A\infty}$ [MPa]	$\tau_{A\infty}$ [MPa]	$K_{f, ax}$	$K_{f, tors}$	No. Data
0.4% C Steel (Normalized)	[37]	Sharp V	179.1	176.0	1.85	1.18	5
3% Ni steel	[37]	Sharp V	209.9	151.3	1.63	1.36	5
3/3.5% Ni steel	[37]	Sharp V	302.6	183.7	1.47	1.45	5
Cr-Va steel	[37]	Sharp V	216.1	160.6	1.99	1.61	5
3.5% NiCr steel (normal impact)	[37]	Sharp V	268.6	236.2	2.01	1.49	5
3.5% NiCr steel (low impact)	[37]	Sharp V	247.0	182.2	2.06	1.78	5
NiCrMo steel (75-80 tons)	[37]	Sharp V	271.7	240.8	2.43	1.42	5
CrMo steel	[41]	Oil hole	450.9	295.5	1.53	1.40	6
CrMo steel	[41]	Oil hole	223.4	162.1	2.28	1.89	6
CrMo steel	[41]	Oil hole	424.7	305.5	1.39	1.20	3
CrMo steel	[41]	Oil hole	423.4	300.3	1.40	1.17	6
CrMo steel	[41]	Oil hole	423.4	288.4	1.48	1.27	6
NiCrMoVa steel	[41]	Notched	271.7	240.8	2.43	1.42	5
NiCrMoVa steel	[41]	Oil hole	288.67	211.5	2.29	1.62	3
CrMoVa steel DTD551	[41]	Oil hole	300.7	235.4	2.19	1.64	6
CrMoVa steel DTD551	[41]	Oil hole	297.8	220.9	2.48	2.03	6
CrMoVa steel DTD551	[41]	Oil hole	471.3	354.6	1.57	1.26	3
CrMoVa steel DTD551	[41]	Oil hole	448.1	354.9	1.65	1.26	6
NiCr steel	[41]	Oil hole	312.45	225.5	2.09	1.51	6

Tabella 5.2: Informazioni relative alle prove di flesso/torsione in fase relative ai provini intagliati.

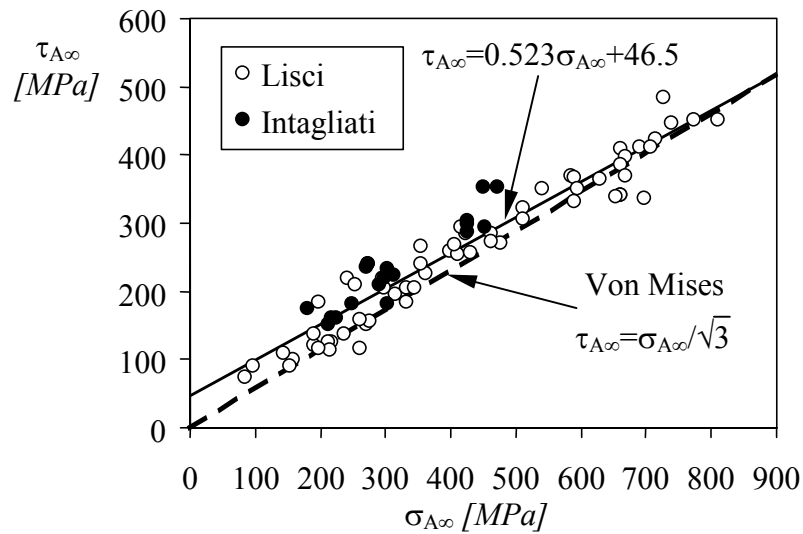


Figura 5.13: Relazione tra il limite di fatica a torsione e il limite di fatica uniassiale (le tensioni sono calcolate rispetto alla sezione netta)

In particolare la relazione (5.12) può essere espressa come:

$$X + \alpha Y \leq \beta \quad (5.13)$$

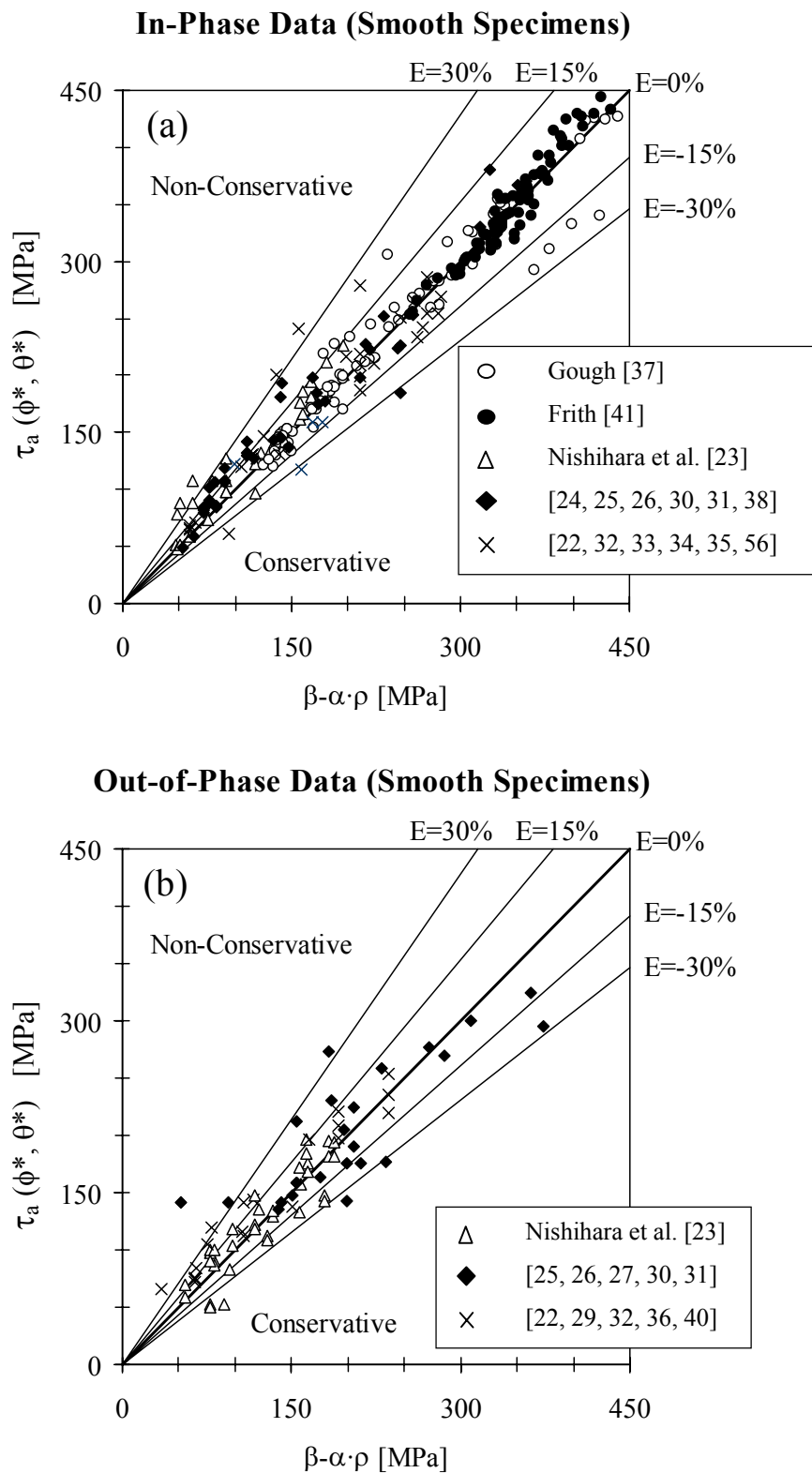


Figura 5.14 (Didascalia nella pagina seguente)

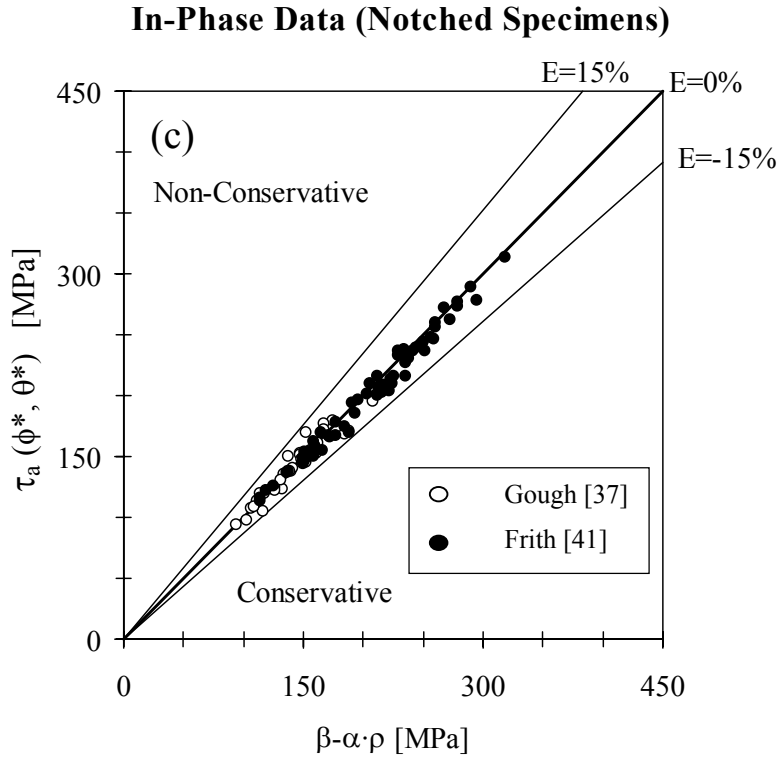


Figura 5.14: Comparazione tra il valore sperimentale dell'ampiezza della tensione tangenziale $\tau_a(\phi^*, \theta^*)$ e il valore stimato dei limiti di fatica multiassiale relativo a prove in fase e fuori-fase condotte utilizzando provini lisci (a, b) e intagliati (c).

dove con X e Y si indicano due grandezze dipendenti dallo stato tensionale, mentre con α e β si indicano due parametri funzione del materiale. In base, allora, alla notazione introdotta l'indice d'errore E può essere calcolato come:

$$E\% = \frac{X}{\beta - \alpha \cdot Y} - 1.$$

Nel caso in cui l'indice d'errore sia pari a zero allora la stima sulla vita viene eseguita in modo esatto, mentre se $E < 0$ il criterio esegue una stima non conservativa, infine, se $E > 0$ allora il criterio lavora in condizioni conservative sovrastimando la reale entità del danneggiamento.

I diagrammi di figura 5.14 mostrano, allora, come il criterio permetta di ottenere una stima molto precisa sia nel caso di provini lisci, che nel caso di provini intagliati. Infine, la figura 5.15, figura in cui sono stati riportati gli istogrammi della distribuzione dell'errore costruiti come nel Capitolo 5, mostra come il criterio introdotto permetta di ottenere un'accuratezza comparabile con quella data dal criterio di Papadopoulos [5, 6] nel caso di componenti lisci, mentre nel caso di componenti intagliati la precisione nella verifica a fatica è notevolmente superiore rispetto a quella ottenibile applicando il criterio di McDiarmid [38] o il criterio di Gough [37].

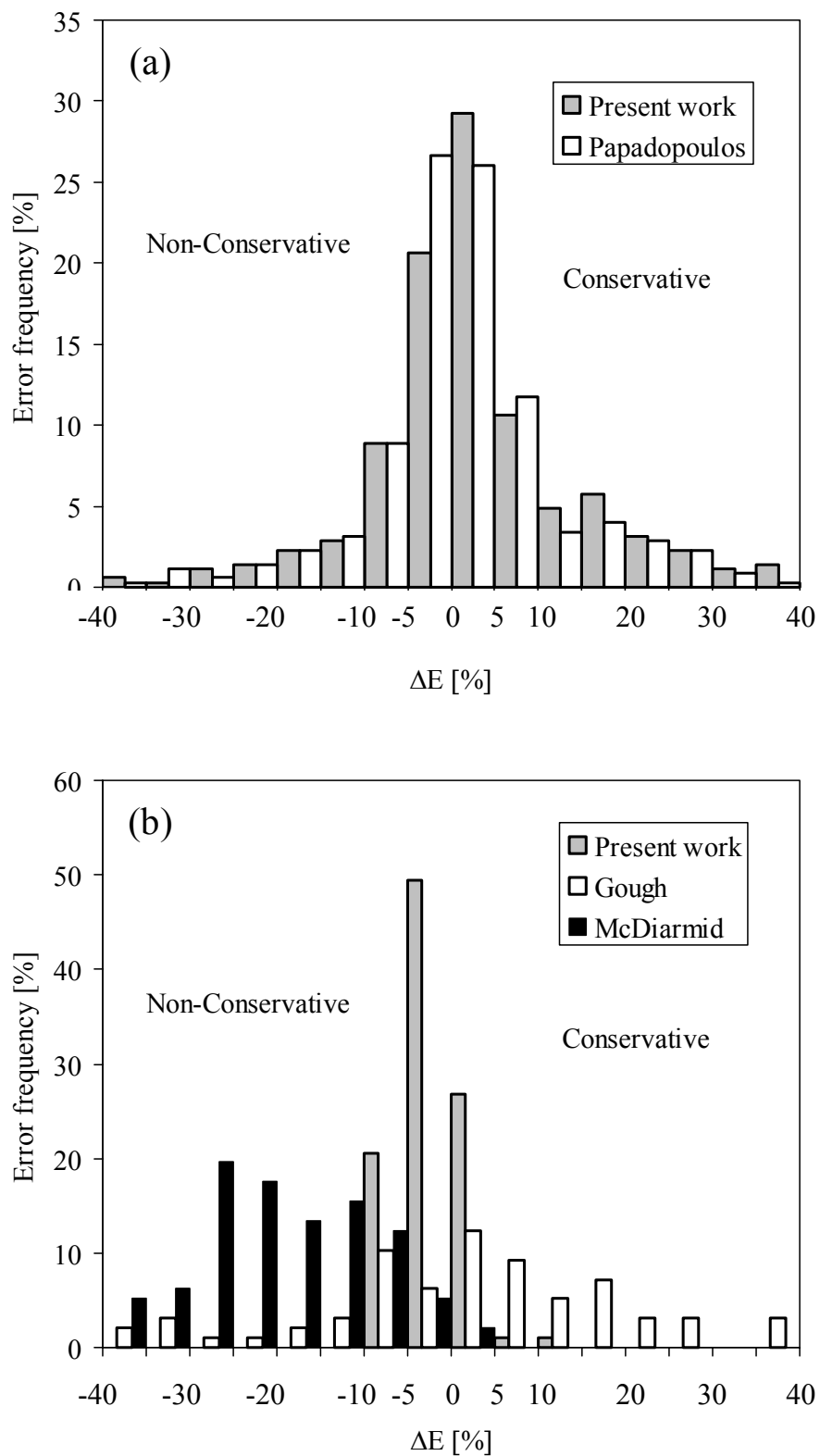


Figura 5.15: Istogrammi della distribuzione della frequenza dell'errore per provini lisci (a) ed intagliati (b).

Material	Ref.	N.	ρ	k_τ	$\tau_{A,Ref}$ [MPa]	T_σ	$N_{f,min}$ [Cycles]	$N_{f,max}$ [Cycles]
Inconel 718	[10, 42]	4	1	16.25	348.18	1.125	1230	14200
		8	0	12.50	338.12	1.205	1670	223000
AISI 304	[7]	10	1	7.57	77.35	1.505	1070	333100
		9	0	7.64	106.85	1.823	4090	$>10^6$
SAE 1045	[14, 55]	7	1	9.04	97.92	1.151	1107	142500
		24	0	10.59	117.52	1.148	470	$>10^6$
En 8	[43]	8	1	11.59	151.53	1.325	375	6238
		4	0	18.01	206.60	1.079	6550	54300
S45C	[44]	8	1	8.56	94.38	1.135	110	22071
		5	0	9.81	137.15	1.155	1151	14930
Z12CNDV12-2	[45]	4	1	11.26	206.63	1.072	477	16929
		8	0	9.01	211.04	1.515	754	42070
SM45C	[46]	11	1	10.28	129.29	1.096	14921	714643
		10	0	17.38	206.04	1.149	10370	1127312
6061 T6	[47]	5	1	16.56	106.55	1.111	400	3320
		5	0	19.65	113.84	1.050	360	2420
A533B	[48]	5	1	12.63	137.5	1.173	1729	40615
		5	0	15.3	157.7	1.225	413	55555
18G2A	[49]	9	1	5.04	128.07	1.566	123052	3400411
		9	0	7.84	172.22	1.111	223092	4180345
Low Carbon Steel	[50]	11	1	13.89	106.14	1.236	17933	1149444
		13	0	25.32	190.79	1.064	17933	1834065

Tabella 5.3: Costanti delle curve utilizzate per la calibrazione del criterio nel caso di provini lisci.

5.3.3. Validazione del criterio nel campo della vita a fatica a termine

Per verificare il criterio nel campo della vita a termine sono state selezionate dal DataBase prove condotte su provini lisci ed intagliati, sollecitati da carichi sia in fase che fuori fase, ed eseguite su 12 diversi materiali.

La calibrazione del criterio è stata eseguita utilizzando come funzioni $f(\rho)$ e $g(\rho)$ semplici funzioni lineari, ovvero funzioni del tipo (5.8) e (5.9), la cui determinazione è stata fatta utilizzando i limiti di fatica uniassiale, $\tau_{A,Ref}(\rho=1)$, e torsionale, $\tau_{A,Ref}(\rho=0)$.

In tabella 5.3 sono riportate le informazioni fondamentali relative alle curve utilizzate per la taratura del criterio nel caso di provini lisci. In particolare nella suddetta tabella sono elencati, per ogni materiale preso in considerazione, il numero di prove utilizzate per determinare ciascuna curva di riferimento e per ognuna di esse è stato riportato anche il valore del parametro ρ , la pendenza inversa k_τ , il valore della tensione di

riferimento $\tau_{A,Ref}$, il valore di T_{σ}^1 e il numero minimo e massimo di cicli relativi alle prove utilizzate per costruire ciascuna curva.

La maggior parte delle prove prese in considerazione in questo paragrafo erano state eseguite sollecitando i provini in controllo di deformazione e, pertanto, i risultati sperimentali erano riportati negli articoli originali in termini di ampiezze e valori medi delle deformazioni.

Per calcolare allora i valori delle corrispondenti tensioni è stato applicato, come già fatto in precedenza, il metodo di Jiang e Sehitoglu [19, 20]. In particolare questa procedura è stata applicata alle prove eseguite su provini in En8 [43], 6061 T6 [47] e A533B [48]. I valori delle componenti di sollecitazione erano, invece, direttamente disponibili per gli altri materiali nelle pubblicazioni originali, anche se in esse non si mai è trovata alcuna indicazione sulle modalità con cui tali grandezze erano state calcolate anche quando i test erano stati eseguiti in controllo di deformazione.

Infine, è importante sottolineare che sia l'En8 [43] che il 6061 T6 [47] presentavano un leggero grado di anisotropia.

Per quantificare l'errore commesso dal criterio nella previsione della vita a fatica si è ricorsi all'utilizzo dell'indice d'errore E_N definito come nel Capitolo6, ovvero:

$$E_N [\%] = \left(\frac{N_f}{N_{f,e}} - 1 \right) \cdot 100 \quad \text{se } N_f > N_{f,e}; \quad E_N [\%] = \left(1 - \frac{N_f}{N_{f,e}} \right) \cdot 100 \quad \text{se } N_f < N_{f,e}$$

Per valutare, allora, in modo sistematico la precisione nella verifica a fatica multiassiale del criterio nel caso di provini lisci in figura 5.16a è stato riportato il digramma di comparazione tra il numero di cicli a rottura determinato sperimentalmente N_f e quello stimato $N_{f,e}$, mentre in figura 5.16b è stato riportato il diagramma della frequenza dell'errore. I due diagrammi in analisi mostrano come vi sia ottimo accordo tra evidenze sperimentali e modello teorico proposto. Dalla figura 5.16b si può, in particolare, osservare come all'interno dell'intervallo d'errore E_N compreso tra $\pm 100\%$ sono contenuti l'87% dei dati utilizzati per la taratura, il 64% dei dati generati con sollecitazioni in fase e il 55% di quelli generati con carichi sfasati.

Per analizzare, però, in modo più dettagliato la precisione nella verifica a fatica multiassiale del criterio proposto in figura 5.17 sono stati riportati i diagrammi di comparazione tra il numero di cicli a rottura determinato sperimentalmente N_f e quello stimato $N_{f,e}$ per ognuno dei materiali considerati. In ciascuno dei diagrammi sono poi state riportate le bande di dispersione associate alle serie di dati utilizzati per la taratura del criterio. In particolare, con la linea continua si è indicata la banda di dispersione associata alle prove monoassiali, mentre con la linea a tratti si è indicata la banda di dispersione associata alle prove di torsione; in più le linee poste al di sopra della retta d'errore $E_N=0\%$ sono caratterizzate da una probabilità di sopravvivenza del 10%, mentre quelle poste al di sotto sono caratterizzate da $P_S=90\%$ (anche in questo caso le bande di dispersione sono state determinate ipotizzando una distribuzione log-normale del numero di cicli a rottura per ogni ampiezza della sollecitazione e imponendo una confidenza del 95%).

¹ Le curve sono state determinate ipotizzando una distribuzione log-normale del numero di cicli a rottura per ogni ampiezza della sollecitazione e imponendo una confidenza del 95%.

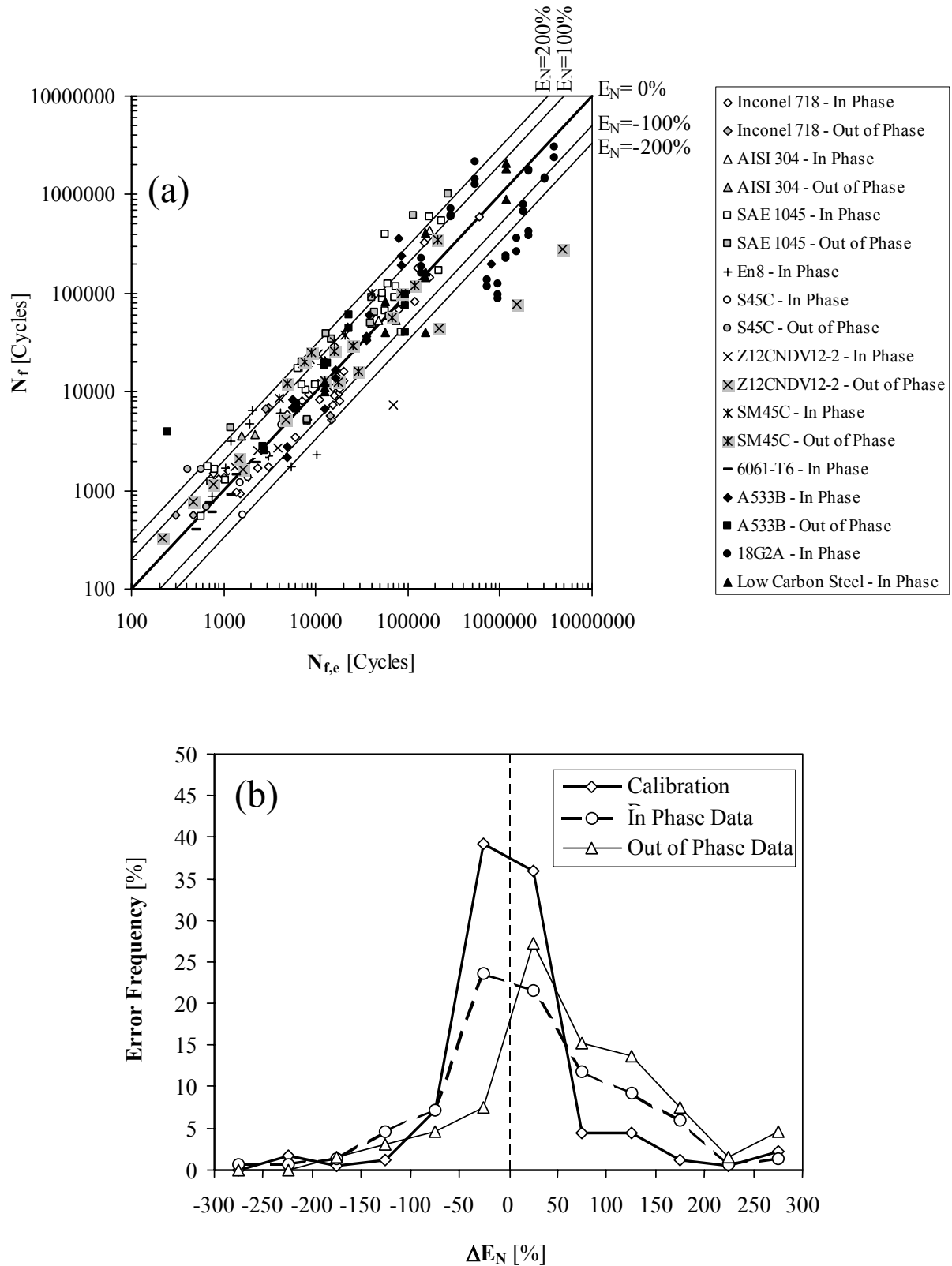


Figura 5.16: Comparazione tra numero di cicli determinato sperimentalmente N_r e stimato $N_{f,e}$ applicando il criterio proposto nel caso di provini lisci (a) e diagramma della distribuzione dell'errore (b).

Dalla figura in discussione traspare come, in linea generale, le previsioni a fatica multiassiale siano contenute all'interno della banda più grande fra le due generate dai dati usati per la calibrazione del modello. Questo implica che il criterio introdotto consente di eseguire una stima della vita a fatica che ha sempre una precisione comparabile con quella data dalla fisiologica dispersione statistica dei dati, così come essa viene misurata dalle bande di dispersione delle curve usate per la calibrazione del criterio stesso.

I diagrammi riportati in figura 5.17 consentono, infine, di formulare alcune considerazioni riguardo all'influenza della tensione media sulla resistenza a fatica multiassiale.

In particolare le prove eseguite su provini in Inconel 718 [10, 42] e su provini in 18G2A [49] presentavano valori medi, sia delle componenti assiali che delle componenti torsionali, diversi da zero.

Nel caso dell'Inconel 718 il diagramma riportato in figura 5.17 mostra come l'utilizzo della massima tensione normale al piano critico, così come suggerito da Socie [10, 11], permette di tenere in giusta considerazione l'effetto della tensione media, indipendentemente che essa sia assiale o torsionale. Tuttavia, è importante sottolineare come questa tecnica dia risultati precisi solo nel caso in cui la resistenza a fatica del materiale non risenta dell'effetto della componente torsionale media. In generale questa ipotesi può essere assunta come vera per molti materiali [51], tuttavia nel caso del 18G2A la presenza di una componente torsionale media genera una riduzione della resistenza a fatica [49] e, in queste condizioni, la tensione normale massima da sola non è più in grado di tenere in giusta considerazione l'effetto della presenza di carichi medi: per questo motivo il criterio esegue una stima non conservativa sulla resistenza a fatica (vedere figura 5.17, dove $R = \sigma_{x,min}/\sigma_{x,max} = \tau_{xy,min}/\tau_{xy,max}$).

Interessante è osservare, infine, come al crescere del valore medio della tensione normale al piano critico aumenta, in generale, l'entità del danneggiamento a fatica, tuttavia, arrivati ad un valore massimo di tale componente, valore che dipende dal materiale, un suo ulteriore incremento non genera riduzioni aggiuntive della resistenza a fatica [52].

Per verificare, da ultimo, la validità del criterio proposto nella previsione della vita a fatica multiassiale nel caso di componenti intagliati, dal DataBase sono state estratte prove eseguite con provini aventi quattro diverse geometrie, geometrie che sono riportate in figura 5.18.

Tutti i provini rappresentati nella figura in discussione sono caratterizzati da un distribuzione assial-simmetrica dei coefficienti di concentrazione delle tensioni, solo il provino in SAE 1045 con foro trasversale presenta una distribuzione dei K_t variabile intorno al foro.

In tabella 5.4 sono state riportate le costanti delle curve di fatica utilizzate per la taratura del criterio. Tali curve sono state calcolate utilizzando le tensioni nominali, mentre i valori dei K_t riportati nella medesima tabella sono stati determinati mediante un'analisi agli elementi finiti.

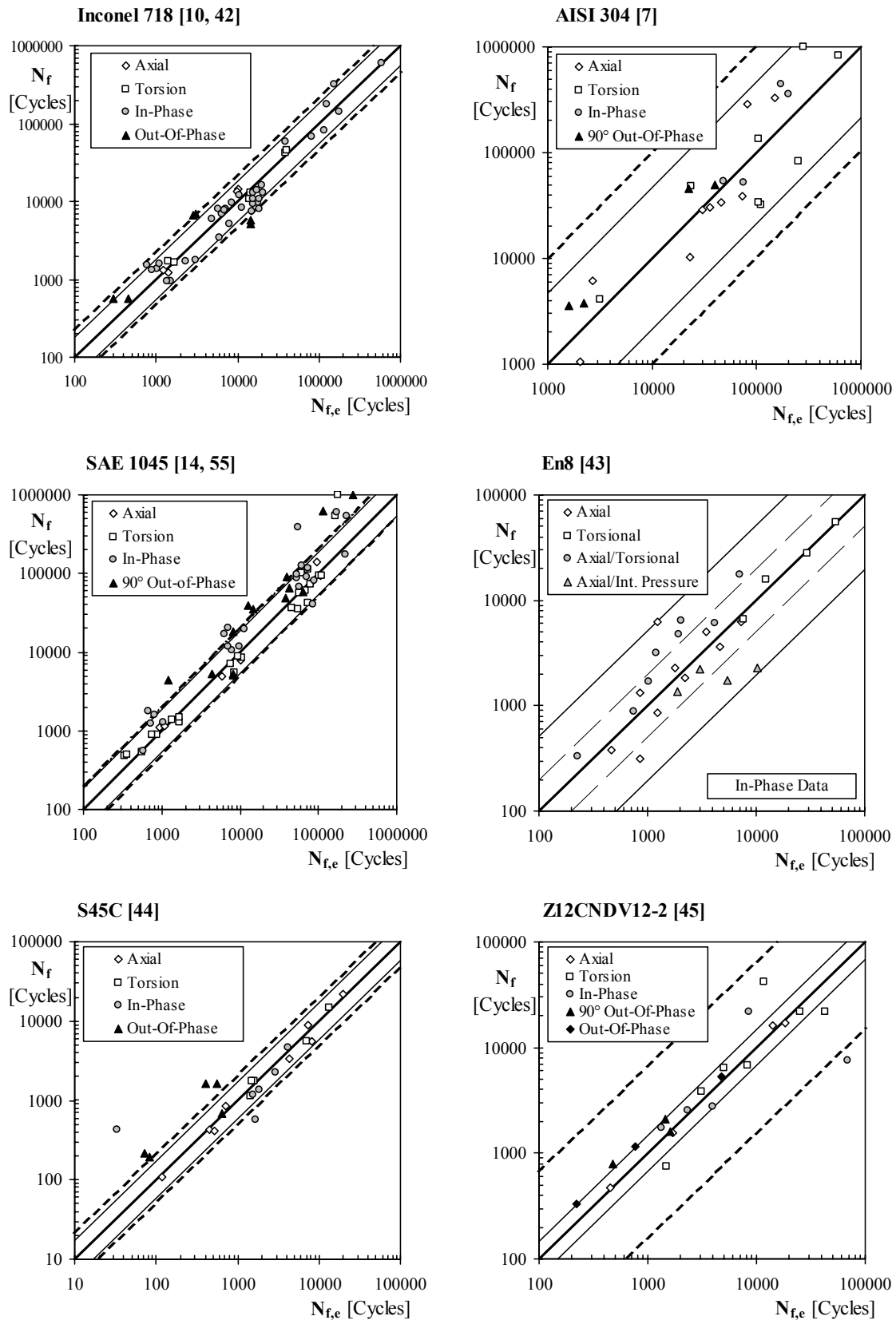


Figura 5.17 (Didascalia nella pagina successiva)

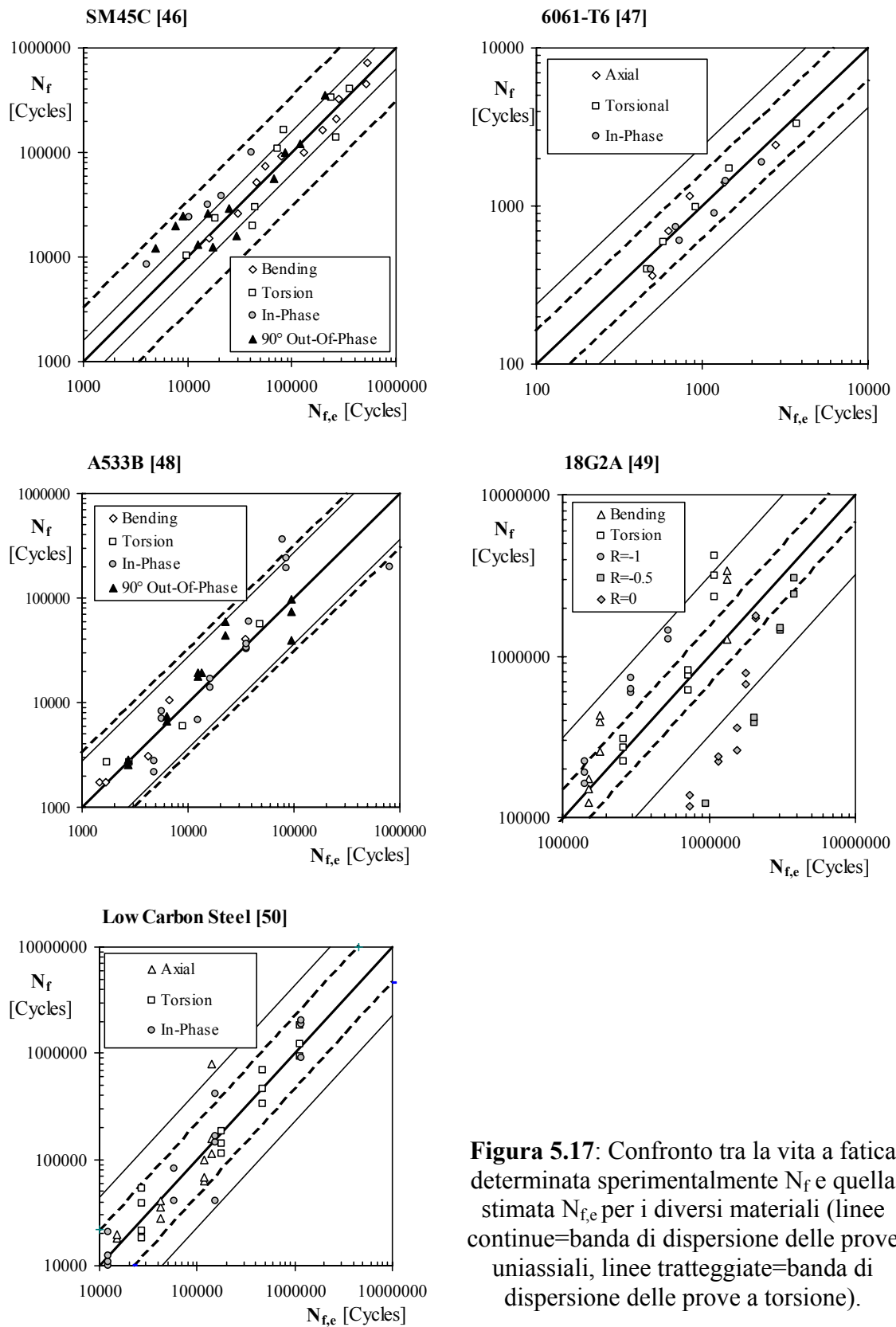


Figura 5.17: Confronto tra la vita a fatica determinata sperimentalmente N_f e quella stimata $N_{f,e}$ per i diversi materiali (linee continue=banda di dispersione delle prove uniassiali, linee tratteggiate=banda di dispersione delle prove a torsione).

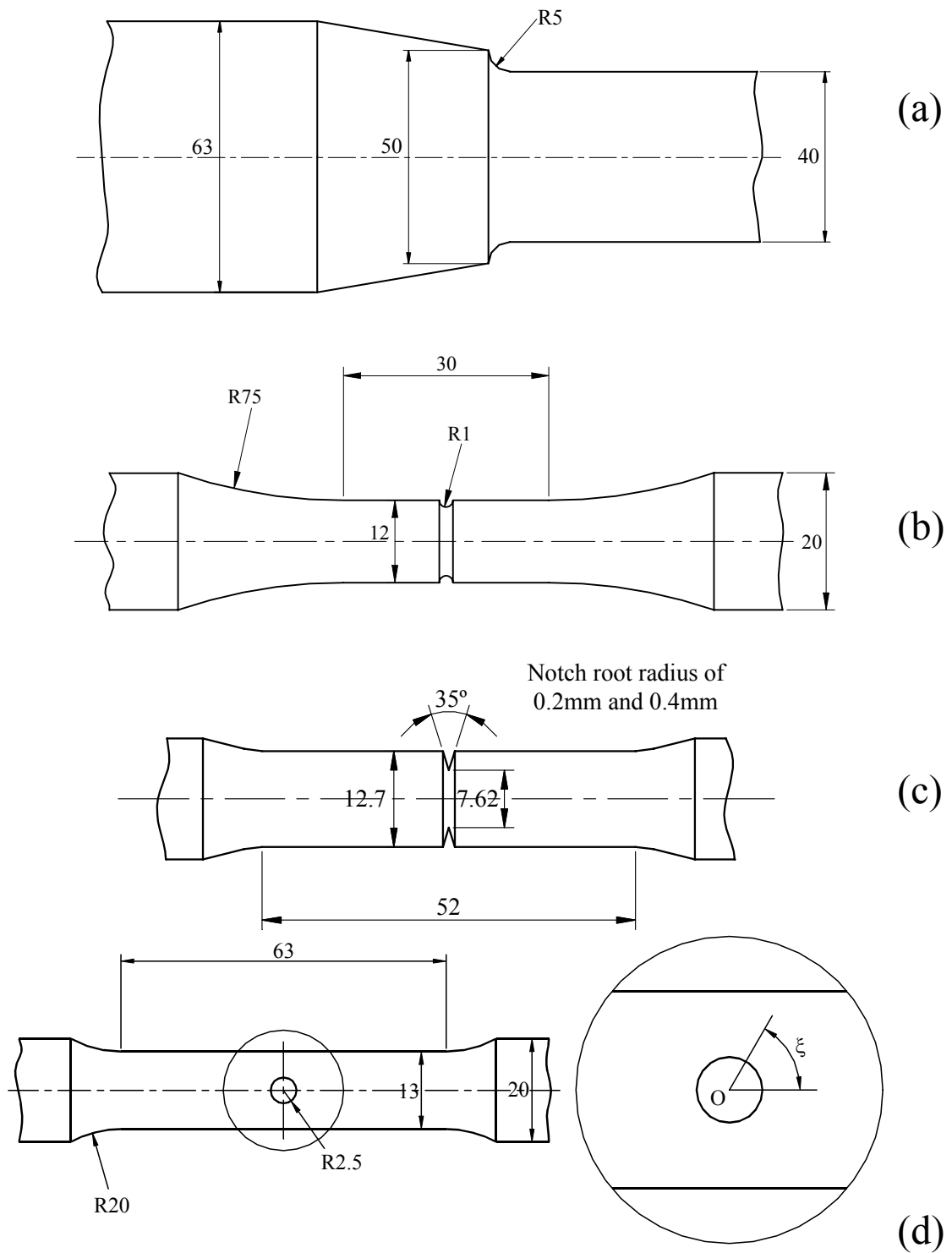


Figura 5.18: Geometria del provino intagliato in SAE 1045 [14] (a), del provino intagliato in AISI 316 [53] (b), dei provini in acciaio al carbonio (low carbon steel) [50] (d) e del provino in SAE 1045 con foro trasversale [21] (e).

Material	Ref.	N.	ρ	k_τ	$\tau_{A,Ref}$ [Mpa]	T_σ	$K_{t,ax}$	$K_{t,tors}$	$N_{f,min}$ [Cycles]	$N_{f,max}$ [Cycles]
SAE 1045	[14]	15	1	6.29	94.36	1.216	1.58	1.29	8262	764000
		7	0	11.4	152.11	1.172			9528	$>2 \cdot 10^6$
AISI 316	[53]	9	1	2.99	102.33	1.414	2.34	2.61	2391	24035
		9	0	5.55	203.40	1.186			2000	9317
Low Carbon steel $\rho=0.4mm$	[50]	10	1	5.41	45.69	1.380	3.38	1.90	32160	893757
		9	0	18.76	158.55	1.132			29396	1400688
Low Carbon steel $\rho=0.2mm$	[50]	12	1	3.92	34.24	1.854	4.61	2.41	44844	720379
		9	0	10.27	124.57	1.279			17933	3144568
SAE 1045 [Transverse Hole]	[21]	12	1	7.05	31.05	1.074	4.83*	4.47*	1084	10643
		12	0	7.73	51.35	1.105			847	9797

* K_t calcolato rispetto alla sezione lorda.

Tabella 5.4: Costanti delle curve utilizzate per la calibrazione del criterio nel caso di provini intagliati e valori dei coefficienti di concentrazione delle tensioni.

Anche nel caso di provini intagliati il metodo proposto è stato applicato utilizzando come funzioni $f(\rho)$ e $g(\rho)$ delle semplici funzioni lineari, ovvero applicando le (5.8) e (5.9) unitamente alla (5.7).

In figura 5.19a è stato, poi, riportato il diagramma di confronto tra il numero di cicli a rottura determinato sperimentalmente e quello stimato dal criterio, mentre in figura 5.19b è stato riportato il diagramma della distribuzione dell'errore. Da tale figura si può osservare come il criterio permetta di eseguire una accurata stima della resistenza a fatica anche nel caso di provini intagliati. In particolare dal secondo diagramma si può evincere come, applicando il criterio agli stessi dati utilizzati per la calibrazione del metodo stesso, il 98% delle prove sperimentali è contenuta nell'intervallo d'errore $\pm 100\%$, mentre nello stesso range sono contenuti l'86% dei dati in fase e il 77% dei dati fuori fase. Sfortunatamente, però, in letteratura si sono trovate solo poche prove (9 in tutto) eseguite su provini intagliati applicando carichi sfasati, e quindi la curva della distribuzione dell'errore è stata riportata in figura 5.19b unicamente per completezza espositiva.

Per poter apprezzare in modo ancora più dettagliato la precisione nella verifica a fatica multiassiale del criterio proposto nel caso di componenti intagliati, in figura 5.20 è stato riportato il diagramma di confronto tra la vita a fatica determinata per via sperimentale e quella stimata, e questo per ciascuna delle serie di dati prese in analisi nel presente paragrafo.

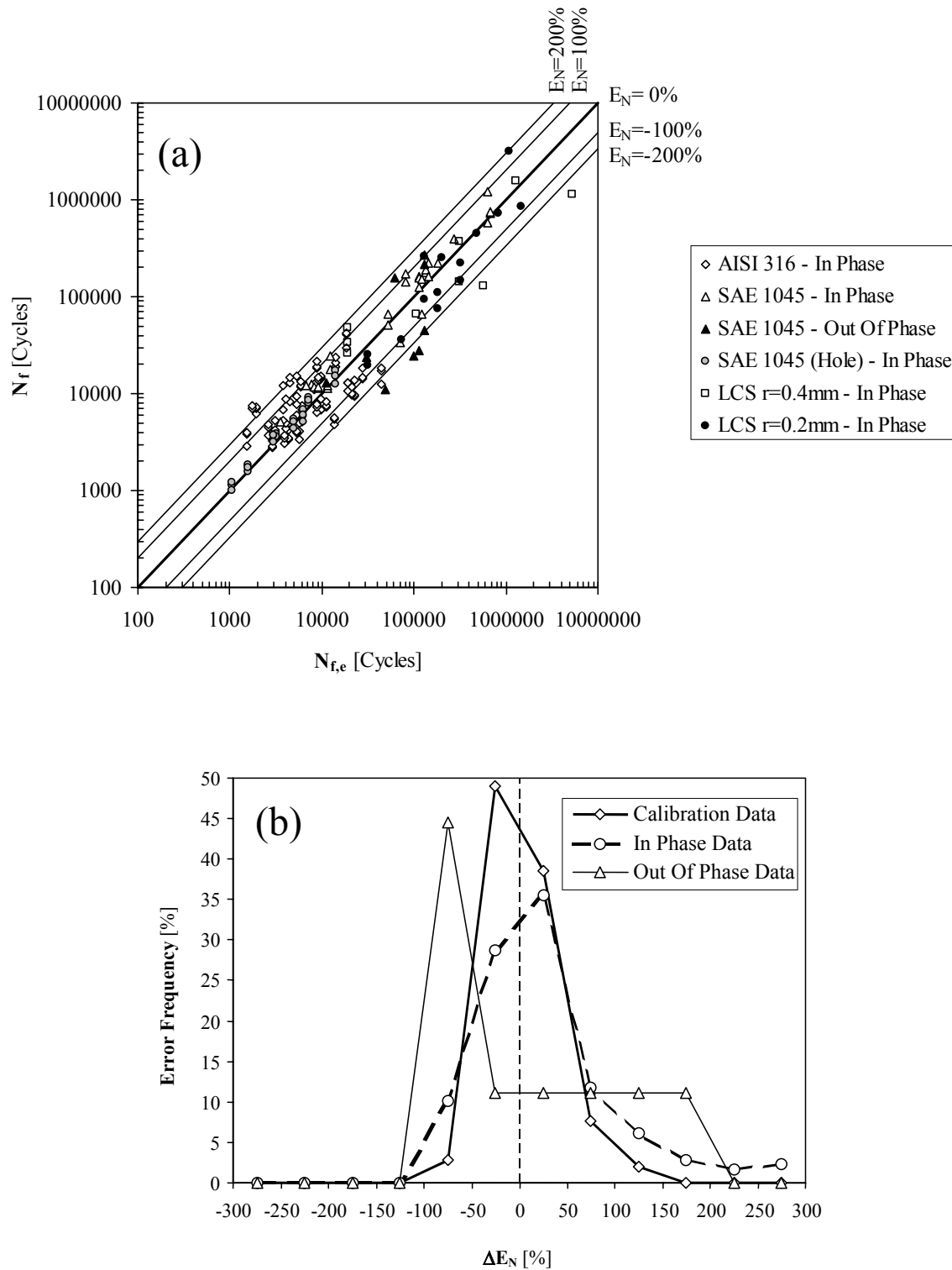


Figura 5.19: Comparazione tra numero di cicli determinato sperimentalmente N_f e stimato $N_{f,e}$ applicando il criterio proposto nel caso di provini intagliati (a) e diagramma della distribuzione dell'errore (b).

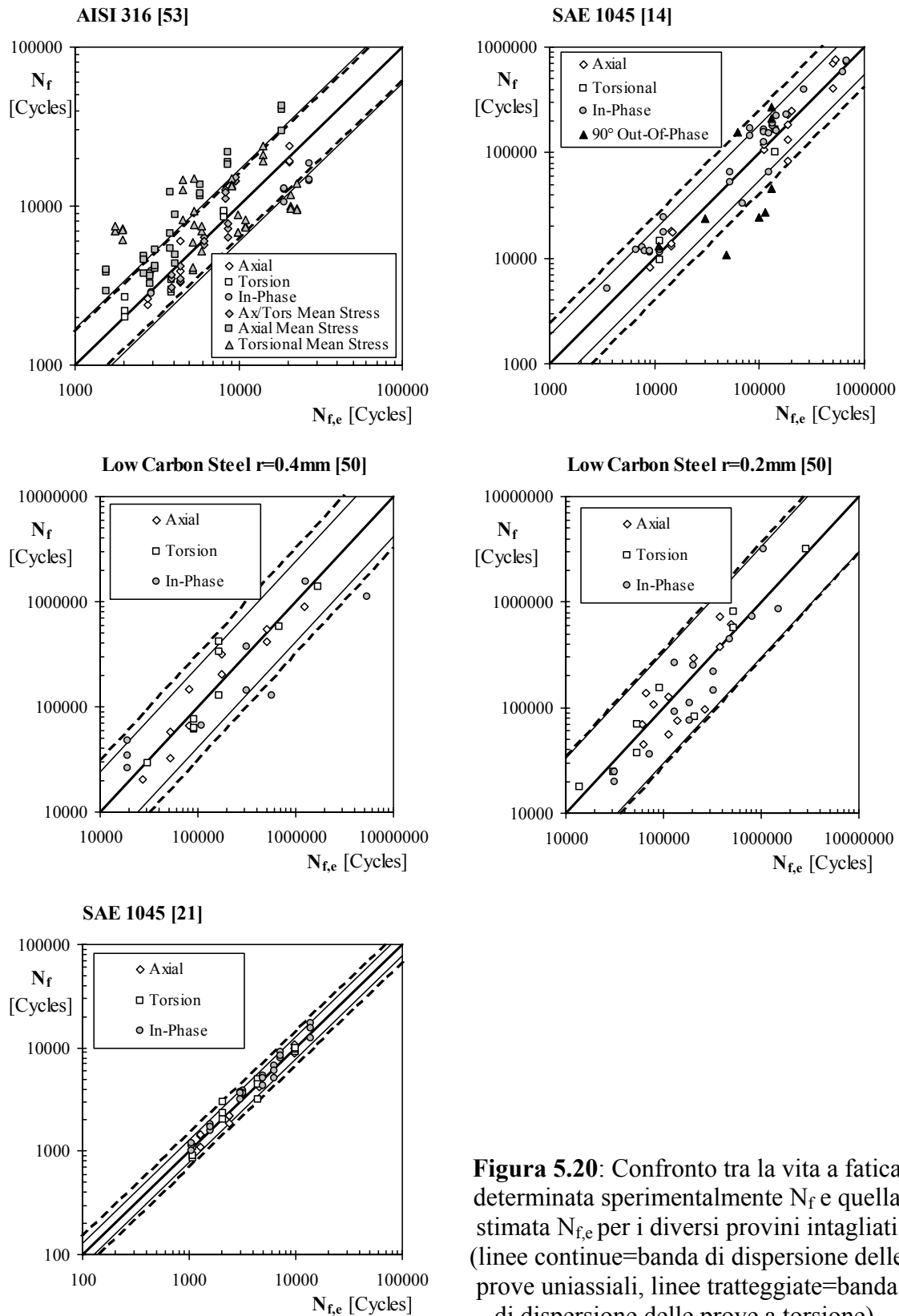


Figura 5.20: Confronto tra la vita a fatica determinata sperimentalmente N_f e quella stimata $N_{f,e}$ per i diversi provini intagliati (linee continue=banda di dispersione delle prove uniassiali, linee tratteggiate=banda di dispersione delle prove a torsione).

Da tale figura si può osservare come le previsioni a fatica multiassiale siano sempre contenute nella più grande delle bande di dispersione tra quella relativa alle prove di fatica uniassiali e quella relativa alle prove di fatica torsionali.

Infine, da tale figura si può osservare come il criterio proposto permetta di ottenere, con provini in AISI 316, previsioni della vita a fatica conservative anche in presenza di tensioni medie, sia assiali che torsionali, diverse da zero, mentre si può constatare come esso calcoli in modo leggermente non-conservativo la vita a fatica nel caso di provini intagliati in SAE 1045 sollecitati con carichi sfasati di 90° .

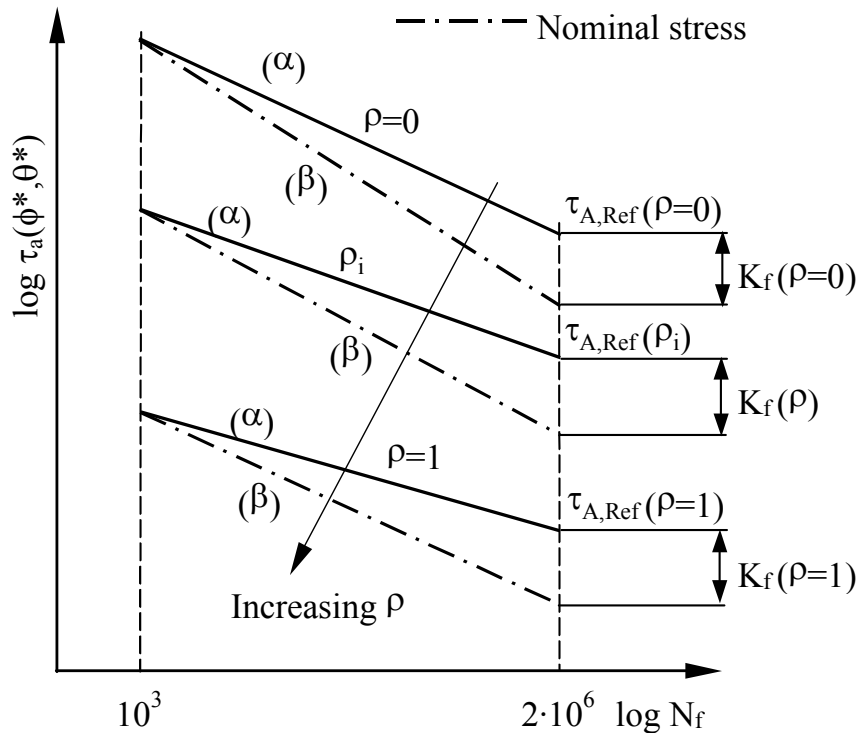


Figura 5.21: Definizione del K_f multiassiale.

5.4. Il K_f in presenza di sollecitazioni multiassiali

Nel paragrafo 5.2.2. è stata formulata l'ipotesi che il limite di fatica multiassiale sia linearmente dipendente dal rapporto tensionale di piano critico ρ , eq. (5.8), e tale ipotesi ha trovato ampio riscontro nelle prove sperimentali, rintracciate in letteratura, relative sia a provini lisci che a provini intagliati.

In particolare, nel caso di provini intagliati il metodo proposto si è dimostrato estremamente preciso ed affidabile. Partendo, allora, da questa osservazione diventa, possibile formulare l'ipotesi aggiuntiva che la correzione delle curve basata sull'utilizzo del K_f possa essere estesa anche a tutte le curve di Wöhler modificate, e, quindi, non utilizzata solo con la curva assiale e con la curva torsionale, come classicamente suggerito da Peterson [12] o Neuber [13].

Ma, allora, se il limite di fatica multiassiale può essere espresso come una funzione lineare del parametro tensionale ρ , analogamente il valore del K_f deve essere ancora linearmente dipendente da ρ .

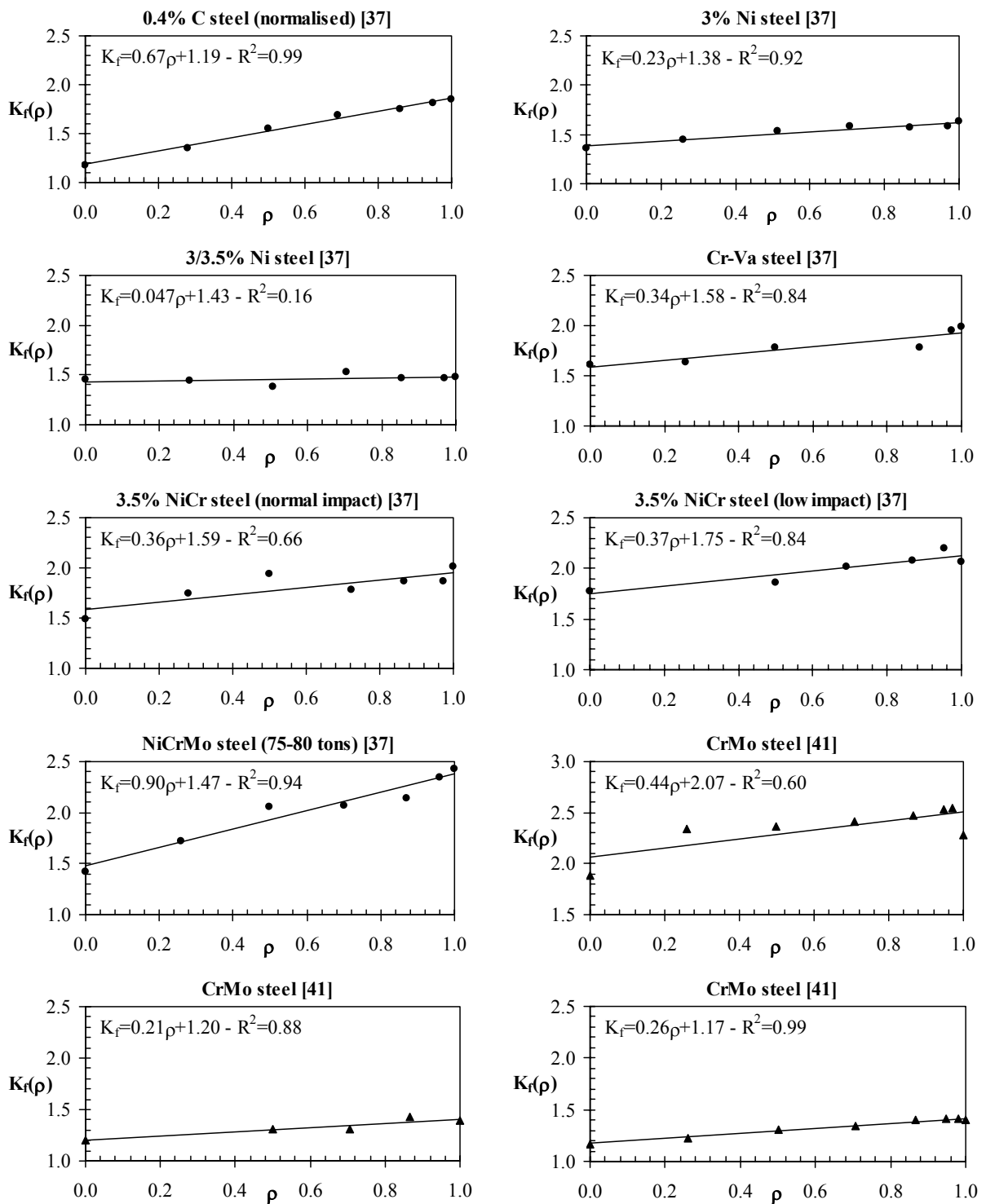


Figura 5.22 (Didascalia nella pagina successiva)

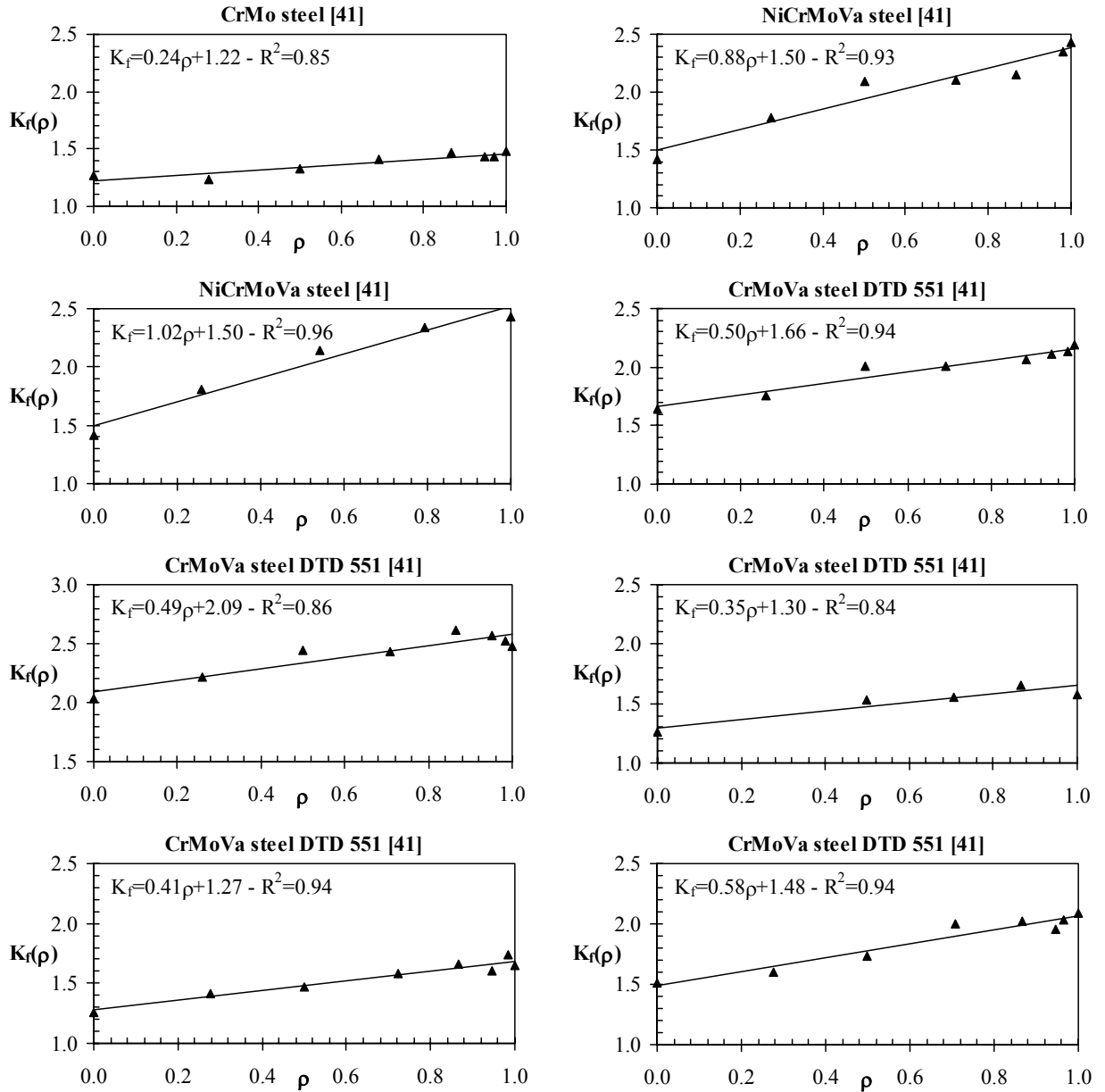


Figura 5.22: Andamento del K_f al variare del rapporto tensionale relativo al piano di innesco ρ .

Questo semplice ragionamento, basato sull'utilizzo delle curve di Wöhler modificate e della classica definizione di K_f , trova ampia e definitiva conferma nelle prove di fatica con sollecitazioni in fase condotte da Gough [37] e Frith [41] su provini intagliati e realizzati in diversi materiali. Infatti, osservando i diagrammi riportati in figura 5.22 è immediato osservare come la relazione tra K_f e ρ possa essere effettivamente espressa tramite una semplice funzione lineare.

In conclusione, noti i valori del K_f assiale, $K_f(\rho=1)$, e torsionale, $K_f(\rho=0)$, e utilizzando una semplice relazione lineare, ovvero:

$$K_f(\rho) = [K_f(\rho=1) - K_f(\rho=0)] \cdot \rho + K_f(\rho=0), \quad (5.13)$$

diventa possibile eseguire la correzione della curva di fatica per tenere in considerazione la presenza di un intaglio nel campo multiassiale esattamente come viene da tempo fatto nel caso delle curve di fatica semplici.

5.5. Conclusioni

Partendo da una interpretazione fisica del danneggiamento sul piano di nucleazione della microcricca basata sulla teoria della deformazione ciclica nei singoli grani è stata presentata una metodologia di progettazione a fatica multiassiale in grado di eseguire la stima della vita di componenti, sia lisci che intagliati, sollecitati da carichi multiassiali in fase e fuori fase. Da un punto di vista puramente applicativo il criterio proposto si fonda, invece, sull'utilizzo di un semplice diagramma di Wöhler modificato. In più, a differenza di altre metodologie presenti in letteratura, la tecnica di verifica proposta non è stata strutturata in maniera rigida, ma è stata costruita in modo che sia possibile aumentare la precisione con cui vengono definite le funzioni $f(\rho)$ e $g(\rho)$, e quindi la precisione nella previsione della vita, aumentando il numero di curve di fatica utilizzate per la taratura del metodo. Per applicare, invece, il criterio di progettazione proposto nella sua forma più semplice si è dimostrato come siano sufficienti due curve di fatica con diverso rapporto tensionale del piano di nucleazione ρ . In questo modo le informazioni relative al materiale richieste per l'applicazione della metodologia presentata nella sua forma più semplice possono essere sia rintracciate con facilità in manuali specialistici, ma anche prodotte con campagne sperimentali eseguite in controllo di forza, ovvero con prove di più facile esecuzione rispetto alle corrispondenti prove in controllo di deformazione, e a costi industrialmente accettabili.

Infine, è interessante osservare come la metodologia proposta, utilizzando per la progettazione curve di Wöhler, permetta di trasferire alcuni dei risultati già acquisiti nel campo monoassiale, quali, ad esempio, le metodologie di rianalisi statistica dei dati sperimentali e le metodologie di correzione adatte a tenere in considerazione la presenza di intagli, al caso della progettazione a fatica multiassiale. In particolare è stato dimostrato come il concetto del K_f possa essere esteso in modo semplice e diretto anche al caso multiassiale mediante una semplice funzione lineare ancora dipendente da ρ .

5.6. Esempi applicativi

In questo paragrafo viene brevemente mostrato l'utilizzo del criterio delle curve di Wöhler modificate utilizzando agli esempi già discussi nel capitolo 4. In particolare, si rimanda al paragrafo 4.5 per la determinazione dell'ampiezza della massima tensione tangenziale e della tensione massima normale al piano critico, mentre qui di seguito vengono solo riportare le relazioni di verifica.

Esempio 4.2

Un componente cilindrico liscio, realizzato in acciaio al carbonio, è sollecitato da un carico di flessione/torsione con componenti della sollecitazione che variano con legge sinusoidale e aventi valori medi diversi da zero. L'angolo di fase è pari a 45° , mentre la

frequenza della componente di flessione è pari a 5 Hz e quella di torsione a 10Hz. Determinare il coefficiente di sicurezza secondo il metodo delle curve di Wöhler modificate.

Dati:

$\sigma_{A\infty}=269 \text{ MPa}$	$\sigma_{x,a}=120 \text{ MPa}$	$\sigma_{x,m}=40 \text{ MPa}$	$f_x=5 \text{ Hz}$
$\tau_{A\infty}=152 \text{ MPa}$	$\tau_{xy,a}=65 \text{ MPa}$	$\tau_{xy,m}=25 \text{ MPa}$	$f_{xy}=10 \text{ Hz}$
$\sigma_R=430 \text{ MPa}$	$\delta=45^\circ$		

Soluzione:

In base ai calcoli riportati nel paragrafo 4.5, la massima ampiezza della tensione tangenziale e la tensione normale massima al piano critico risultano pari a:

$$\tau_a=74.95 \text{ MPa}; \sigma_{n,\max}=75.5 \text{ MPa}.$$

Il criterio espresso dalla relazione (5.12) può essere quindi riscritto come:

$$\tau_{a,eq} = \tau_a - \left[\tau_{A\infty} - \frac{\sigma_{A\infty}}{2} \right] \frac{\sigma_{n,\max}}{\tau_a} \leq \tau_{A\infty}.$$

Noti i valori dei limiti di fatica del materiale e le tensioni relative al piano critico, la tensione tangenziale equivalente calcolata secondo il metodo delle curve di Wöhler modificate risulta pari a:

$$\tau_{a,eq} = 74.95 + \left[152 - \frac{269}{2} \right] \cdot \frac{75.5}{74.59} = 92.58 \text{ MPa}$$

Pertanto il coefficiente di sicurezza vale:

$$v = \frac{\tau_{A\infty}}{\tau_{a,eq}} = 1.64$$

Esempio 4.3

Il componente intagliato di figura 4.5, realizzato in acciaio al carbonio, è sollecitato da un carico di flessione/torsione con componenti della sollecitazione che variano con legge sinusoidale e aventi valori medi diversi da zero. L'angolo di fase è pari a 90°, mentre la frequenza delle due componenti di sollecitazione è pari a 10 Hz. Determinare il coefficiente di sicurezza secondo il metodo delle curve di Wöhler modificate.

Dati:

$\sigma_{A\infty}=269 \text{ MPa}$	$M_{f,a}=502656 \text{ Nmm}$	$M_{f,m}=188496 \text{ Nmm}$
------------------------------------	------------------------------	------------------------------

$$\tau_{A\infty} = 152 \text{ MPa}$$

$$\sigma_R = 430 \text{ MPa}$$

$$K_I = 1.15$$

$$M_{t,a} = 376992 \text{ Nmm}$$

$$\delta = 90^\circ$$

$$K_d = 1.2$$

$$M_{t,m} = 188496 \text{ Nmm}$$

Soluzione:

In base ai calcoli riportati nel paragrafo 4.5, la massima ampiezza della tensione tangenziale e la tensione normale massima al piano critico risultano pari a:

$$\tau_a = 38.6 \text{ MPa}; \sigma_{n,\max} = 55 \text{ MPa}.$$

Mentre i limiti di fatica a flessione e a torsione del componente valgono, rispettivamente:

$$\sigma_{A\infty}^0 = \frac{\sigma_{A\infty}}{K_{ff} K_I K_d} = 123.4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{A\infty}^0 = \frac{\tau_{A\infty}}{K_{ft} K_I K_d} = 85.4 \text{ MPa}$$

La tensione tangenziale equivalente calcolata secondo il metodo delle curve di Wöhler modificate risulta pari a:

$$\tau_{a,eq} = 38.6 + \left[85.4 - \frac{123.4}{2} \right] \cdot \frac{55}{38.6} = 92.58 \text{ MPa}$$

Pertanto il coefficiente di sicurezza vale:

$$v = \frac{\tau_{A\infty}}{\tau_{a,eq}} = 1.18.$$

Bibliografia

- [1] **M. W. Brown, K. J. Miller.** Proceeding, Institution of Mechanical Engineers, 187, 754-755, 1973.
- [2] **D. Sinigalia** - *Metallurgia*. CLEUP Milano, 1976.
- [3] **S. Suresh.** *Fatigue of materials*. Cambridge University Press, 1991.
- [4] **F. Ellyin** - *Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction*. Chapman & Hall Printed in Great Britain by St Edmundsbury Press Limited, 1997.
- [5] **I. V. Papadopoulos** - *Exploring the high-cycle fatigue behaviour of metals from the mesoscopic scale*. Notes of the CISM Seminar, Udine (Italy), 1997.
- [6] **I. V. Papadopoulos** - *Fatigue polycyclique des métaux: une nouvelle approche*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France, 1987.

-
- [7] **D. F. Socie** - *Multiaxial Fatigue Damage Models*. Transactions of the ASME Journal of Engineering Materials and Technology, 109, 293-298, 1987.
 - [8] **D. Socie and J. Bannantine** - Bulk deformation fatigue damage models. Materials Science and Engineering, A103, 3-13, 1988.
 - [9] **I.V. Papadopoulos** - *Critical Plane Approaches in High-Cycle Fatigue: on the Definition of the Amplitude and Mean Value of the Shear Stress Acting on the Critical Plane*. Fatigue Fract. Engng. Meter. Struct., 21, 269-285, 1998.
 - [10] **D. F. Socie, L. A. Waill, D. F. Dittmer** - *Biaxial Fatigue of Inconel 718 Including Mean Stress Effects*. Multiaxial Fatigue ASTM STP 853, 463-481, 1985.
 - [11] **A. Fatemi, D. F. Socie** - *A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading*. Fatigue Fract. Engng Mater Struct., 11, 149-165, 1988.
 - [12] **R. E. Peterson** - *Notch sensitivity*. In: Metal Fatigue. (Edited by G. Sines and J. L. Waisman) McGraw-Hill, New York, 293-306, 1959.
 - [13] **H. Neuber** - *Theory of Notch Stress*, Springer, Berlin, 1958.
 - [14] **A. Fatemi, R. I. Stephens** - *Biaxial Fatigue of 1045 Steel Under In-Phase and 90 Deg Out-of-Phase Loading Conditions*. Multiaxial Fatigue - Analysis and Experiments. Published by the Society of Automotive Engineers, AE-14, 121-137, 1989.
 - [15] **P. Kurath, S. D. Downing, D. R. Gallart** - *Summary of Non-Hardened Notched Shaft Round Robin Program*. Multiaxial Fatigue - Analysis and Experiments. Published by the Society of Automotive Engineers, AE-14, 13-32, 1989.
 - [16] **F. Ellyin, K. Golos, Z. Xia** - *In-Phase and Out-of-Phase Multiaxial Fatigue*. Trans. of the ASME, J. of Engineering Materials and Technology, Vol. 113, pp. 112-118, 1991.
 - [17] **F. Ellyin, Z. Xia** - *A General Fatigue Theory and Its Application to Out-of-Phase Cyclic Loading*. Trans. ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 115, pp. 411-416, 1993.
 - [18] **Z. Xia, F. Ellyin** - *Multiaxial fatigue of an alumina particle reinforced aluminum alloy*. Int. J. Fatigue Vol. 20, No. 1, pp. 51-56, 1998.
 - [19] **Y. Jiang, H. Sehitoglu** - *Modelling of Cyclic Ratchetting Plasticity, Part I: Development and Constitutive Relations*. Trans. of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 63, 720-725, 1996.
 - [20] **Y. Jiang, H. Sehitoglu** - *Modelling of Cyclic Ratchetting Plasticity, Part II: Comparison of Model Simulations With Experiments*. Trans. of the ASME, Journal of Applied Mechanics, 63, 726-733, 1996.
 - [21] **M. C. Yip, Y. M. Jen** - *Biaxial fatigue crack initiation life prediction of solid cylindrical specimens with transverse circular holes*. Int. J. of Fatigue, 18 2, 111-117, 1996.
 - [22] **F. Rotvel** - *Biaxial Fatigue tests with zero mean stresses using tubular specimens*. Int. J. of Mech. Sc., 12, 597-615, 1970.
 - [23] **T. Nishihara, M. Kawamoto** - *The Strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion with Phase Difference*. Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, 11, 85-112, 1945.
 - [24] **H. Ahtelik, I. Jakubowska, E. Macha** - *Actual and estimated directions of fatigue fracture plane in ZI250 grey cast iron under combined alternating bending and torsion*. Studia Geotechnica et Mechanica V 2, 9-30, 1983.
 - [25] **H. Zenner, R. Heidenreich, I. Richter** - *Dauerschwingfestigkeit bei nichtsynchrone mehrachsiger beanspruchung*. Z. Werkstofftech, 16, 101-112.

- [26] **C. Froustey, S. Laserre** - *Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel*. Int. J. Fatigue, 11, 169-175, 1989.
- [27] **A. Simbürger** - *Festigkeitsverhalten zähler Werkstoffe bei einer Mehrachsigen, Phasenverschobenen Schwingbeanspruchung mit Körperfesten Hauptspannungsrichtungen*. LBF Bericht Nr. FB-121 Darmstad Germany, 1975.
- [28] **W. N. Findley, J. J. Coleman, B. C. Hanley** - *Theory for Combined Bending and Torsion Fatigue with Data for SAE 4340 steel*. In Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals Institution of Mechanical Engineers London, 150-157, 1956.
- [29] **P. Kurath, S. D. Downing, D. R. Gallart** - *Summary of Non-Hardened Notched Shaft Round Robin Program*. Multiaxial Fatigue - Analysis and Experiments. Published by Society of Automotive Engineers AE-14, 13-32, 1989.
- [30] **S. Laserre, C. Froustey** - *Multiaxial Fatigue of steel-testing out-of-phase and in blocks: validity and applicability of some criteria*. Int. J. of Fatigue, 14, 113-120, 1992.
- [31] **T. Palin-Luc, S. Lasserre** - *An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue*. Eur. J. Mech. A/Solids, 17, 237-251, 1998.
- [32] **D. L. McDiarmid** - *Fatigue Under Out-of-Phase Biaxial Stresses of Different Frequencies*. Multiaxial Fatigue ASTM STP 853 (Edited by K. M. Miller and M. W. Brown), 1985.
- [33] **I. V. Papadopoulos** - *Fatigue polycyclique des métaux: une nouvelle approche*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France, 1987.
- [34] **B. Crossland** - *Effect of Large Hydroscopic Pressures on the Torsional Fatigue Strength of An Alloy Steel*. In Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals London-New-York, 138-149, 1956.
- [35] **D. J. White, B. Crossland, J. L. Morrison** - *Effect of Hydrostatic Pressure on the Direct Stress Fatigue Strength of an Alloy Steel*. J. of Mechanical Engineering Science 1, 1, 1956.
- [36] **L. Issler** - *Festigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei mehrachsiger phasenverschobener Schwingbeanspruchung*. Dissertation Universität Stuttgart, 1973.
- [37] **H. J. Gough** - *Engineering Steels under Combined Cyclic and Static stresses*. Proc. Inst. Mech. Engrs., **160**, 417-440, 1949.
- [38] **D. L. McDiarmid** - *A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction*. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., **17**, 1475-1484, 1994.
- [39] **S. Kitaioka, J. Chen, M. Seika** - *The Threshold of Micro Crack Propagation under Mixed Mode*. Bulletin of JSME, 29, 214-237, 1986.
- [40] **M. Ros** - *Die Bruchgefahr fester Koper*. EMPA Bericht 173 Zurich, 1950.
- [41] **P. H. Frith** - *Fatigue of wrought high-tensile alloy steel*. Int. Conf. Fatigue Inst. Mech. Engrs, 462-499, 1956.
- [42] **D. Socie, P. Kurath, J. Koch** - *A Multiaxial Fatigue Damage Parameter*. Biaxial and Multiaxial Fatigue, EGF 3, pp. 535-550, 1989.
- [43] **N. Petrone** - *Metodologie di progettazione a fatica per componenti soggetti a sollecitazioni phuriassiali*. Ph.D. Thesis, University of Padova (in Italian), 1996.
- [44] **K. S. Kim, J. C. Park, J. W. Lee** - *Multiaxial Fatigue under Variable Amplitude Loads*. Trans. of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, **121**, 286-293, 1999.
- [45] **M. Chaudonneret** - *A Simple and Efficient Multiaxial Fatigue Damage Model for Engineering Applications of Macro-Crack initiation*. Journal of Engineering Materials and Technology, Trans. of the ASME, **115**, 373-379, 1993.

-
- [46] **S.B. Lee** - *A Criterion for Fully Reversed Out-of-Phase Torsion and Bending*. ASTM STP 853, 553-568, 1985.
 - [47] **H. Lin, H. Nayeb-Hashemi, R. M. Pelloux** - *A multiaxial fatigue damage model for orthotropic materials under proportional loading*. Fatigue Fract. Engng Meter. Struct, **16** 7, 723-742, 1991.
 - [48] **J. Park, D. Nelson, A. Rostami** - *Small crack growth in combined bending-torsion fatigue of A533B steel*. Fatigue Fract. Engng Meter. Struct, **24**, 179-191, 2001.
 - [49] **G. Gasiak, R. Pawliczek** - *The mean loading effect under cyclic bending and torsion of 18G2A steel*. In Proc. of 6th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture, Lisbon (Portugal), June 2001, 213-222, 2001.
 - [50] **G. Quilafku, N. Kadi, J. Dobranski, Z. Azari, M. Gjonaj, G. Pluinage**. *Fatigue specimen subjected to combined loading. Role of hydrostatic pressure*. Int. J. Fatigue, **23**, 689-701, 2001.
 - [51] **G. Sines** - *The prediction of fatigue fracture under combined stresses at stress concentrations*. Bull. Jpn. Soc. Mech. Eng., 4 **15**, 443-453, 1961.
 - [52] **R.P. Kaufman, T. H. Topper** - *The effects of mean stresses normal to the maximum shear planes in multiaxial fatigue*. In Proc. of 6th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture, Lisbon (Portugal), June 2001, 203-212, 2001
 - [53] **M. C. Yip, Y. M. Jen** - *Mean stress effect on crack initiation lives for notched specimen under biaxial nonproportional loading path*. Trans. of the ASME, Journal of Engineering Materials and technology, **119**, 104-112, 1997.

Il presente capitolo è tratto da:

- [A] **Susmel L., Lazzarin P.**, *A Bi-Parametric Modified Wöhler Curve for High Cycle Multiaxial Fatigue Assessment*. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., Vol. 25, pp. 63-78, 2002. .
- [B] **Lazzarin P., Susmel L.**, *A Stress-Based Method to Predict Lifetime under Multiaxial Fatigue Loadings*. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., Vol. 26, pp. 1171-1187, 2003.